



<i>Rodzaj dokumentu:</i>	Materiał dodatkowy
<i>Zagadnienie:</i>	Logika na egzaminie maturalnym z filozofii
<i>Egzamin:</i>	Egzamin maturalny
<i>Przedmiot:</i>	Filozofia
<i>Poziom egzaminu:</i>	Rozszerzony
<i>Adresaci dokumentu:</i>	Nauczyciele filozofii Uczniowie szkół ponadpodstawowych
<i>Data publikacji dokumentu:</i>	7 listopada 2022 r.

Zespół redakcyjny:

dr Piotr Lipski
dr Jacek Frydrych
Dagmara Rusinek-Smaga

Recenzenci:

dr Marcin Iwanicki (KUL)
dr Tomasz Karpowicz (UW)
dr Wioletta Kozak (CKE)
dr Marcin Smolik (CKE)

Centralna Komisja Egzaminacyjna
ul. Józefa Lewartowskiego 6, 00-190 Warszawa
tel. 22 536 65 00
sekretariat@cke.gov.pl

I. Co to jest logika i do czego jest potrzebna?

W języku potocznym dość często spotkać można wypowiedzi stwierdzające, że coś jest *logiczne* lub *nielogiczne*. Możemy – przykładowo – usłyszeć, że to logiczne: skoro ktoś lubi pewną aktorkę, to wybierze się do kina na najnowszy film, w którym ta właśnie aktorka występuje. Albo z kolei – że to nielogiczne: czytać drugi tom jakiejś powieści, jeśli nie czytało się jej tomu pierwszego. W tego typu przypadkach *logiczny* znaczy mniej więcej tyle, ile *rozsądny*. Chociaż taki potoczny sposób użycia terminu *logiczny* na ogół nie powoduje nieporozumień, to jednak należy odróżnić to codzienne rozumienie słowa *logiczny* od jego sensu ściśle technicznego.

W sensie ścisłym logika jest dyscypliną naukową. Kazimierz Ajdukiewicz – wybitny filozof i logik – we wstępie do *Zarysu logiki* pisał o jej przedmiocie tak:

Istnieją dwa centralne tematy, dokoła których skupia się problematyka logiki. Pierwszym z nich jest zagadnienie jasnego, konsekwentnego, ścisłego i uporządkowanego myślenia i mówienia, drugim – zagadnienie poprawnego wnioskowania.

W ramach pierwszego z tych zagadnień logika zajmuje się pytaniem, na czym polega jasność i ścisłość myślenia i mówienia, stara się przedstawić główne rodzaje uchybień przeciwko jasności i ścisłości myśli i mowy oraz wskazać środki pozwalające braki te usunąć. Rozważania te poprzedzone są ogólną analizą związku między myślą a mową oraz wyróżnieniem rozmaitych rodzajów wyrażeń i ich funkcji znaczeniowych.

W ramach drugiego z centralnych tematów logiki – poświęconego zagadnieniu poprawności wnioskowania – nie zajmuje się logika tym lub owym wnioskowaniem konkretnym, ale stawia zagadnienie ogólnie, starając się wskazać formy poprawnego wnioskowania i przeciwstawić im formy wnioskowania błędnego.

Kazimierz Ajdukiewicz, *Zarys logiki*, Warszawa 1959.

Zatem **logika** to dyscyplina naukowa zajmująca się:

1. zasadami jasnego i ścisłego formułowania myśli
2. regułami poprawnego wnioskowania i uzasadniania twierdzeń.

II. Logika w podstawie programowej

Zagadnienia z zakresu logiki, czy – szerzej – kultury logicznej, stanowią istotną część treści nauczania podanych w [Podstawie programowej przedmiotu filozofia](#).

Cele kształcenia – wymagania ogólne

- VI. Podejmowanie rzetelnej dyskusji filozoficznej oraz formułowanie w niej jasnego i uzasadnionego stanowiska.
- VII. Posługiwanie się **podstawowymi kategoriami logiki i dbanie o kulturę logiczną** wypowiedzi.
- VIII. Stosowanie **narzędzi logiki** w analizie tekstu filozoficznego i zawartej w nim argumentacji, a także w obronie przed manipulacją.
- IX. Umiejętność pisania tekstu (eseju) filozoficznego, w którym – z wykorzystaniem zdobytej wiedzy z **zakresu logiki** i historii filozofii – identyfikuje się i rozpatruje określone poglądy filozoficzne.

W zakres **wymagań szczegółowych** (treści nauczania) pierwszej części (I. Kultura logiczna) *Podstawy programowej przedmiotu filozofia* (zakres rozszerzony) wchodzi następujące zagadnienia.

1. Podstawowe kategorie logiczne języka: nazwy i zdania.
2. Logiczne wady wypowiedzi: sprzeczność wewnętrzna, niedopowiedzenie i okazjonalność, nieostrość, wieloznaczność i chwiejność składniowa.
3. Skutki posługiwania się wyrażeniami wadliwymi logicznie: niezrozumiałość, nieporozumienia słowne, paradoksy logiczne (np. paradoks kłamcy, paradoks ruchu, paradoks łysego).
4. Definicje jako środek uściślenia myśli i mowy: typy definicji, kryteria poprawności definicji, problem perswazyjności definicji.
5. Uzasadnianie bezpośrednio: spostrzeżenie, introspekcja, intuicja.
6. Uzasadnianie pośrednio: wnioskowanie (rozumowanie) niezawodne (oparte na wynikaniu logicznym lub definicyjnym) i zawodne, wybrane schematy (reguły) wnioskowań, klasyfikacja rozumowań (dowodzenie, wyjaśnianie, potwierdzanie, obalanie).
7. Błędy w rozumowaniach: błąd materialny i formalny, błędne koło w rozumowaniu, ekwiwokacja.
8. Argumentacja: dyskusja a wymiana poglądów, parlamentarne i logiczne kryteria rzetelnej dyskusji, nieuczciwe chwyt w dyskusji.

Początkowe cztery punkty przytoczonych treści nauczania obejmują zagadnienia związane z pierwszym tematem centralnym wskazanym przez Kazimierza Ajdukiewicza, czyli dotyczą **zasad jasnego i ścisłego formułowania myśli**.

Wymagania zawarte w punktach 5–8 dotyczą drugiego centralnego tematu logiki, a mianowicie **reguł poprawnego wnioskowania i uzasadniania twierdzeń**.

III. Zadania egzaminacyjne z logiki

Zgodnie z informacjami zawartymi w [Informatorze o egzaminie maturalnym z filozofii od roku szkolnego 2022/2023](#) arkusz egzaminacyjny będzie się składać z dwóch części: testu i wypracowania. W każdym arkuszu egzaminacyjnym w części testowej znajdują się przynajmniej 3 zadania z logiki.

Na część testową arkusza egzaminacyjnego złożą się trzy grupy zadań:

- a) zadania odnoszące się do jednego dłuższego tekstu filozoficznego lub dwóch tekstów filozoficznych
- b) zadania niepowiązane wspólnym tekstem
- c) zadania odnoszące się do tekstu niefilozoficznego.

Zadania z logiki mogą znaleźć się w **każdej** z tych grup zadań. Zadania z logiki mogą zatem odnosić się do dłuższego tekstu lub tekstów filozoficznych, mogą odnosić się do tekstu niefilozoficznego, ale mogą też być niepowiązane z żadnym tekstem.

Każde zadanie w części testowej arkusza egzaminacyjnego ma sprawdzać wybrane wymagania spośród tych określonych w podstawie programowej. Wymagania szczegółowe podzielono tam na trzy obszary:

- I. Kultura logiczna
- II. Elementy historii filozofii
- III. Wybrane problemy filozofii.

Niektóre zadania z logiki mogą sprawdzać wyłącznie wymagania z obszaru I. Kultura logiczna. Inne mogą jednocześnie sprawdzać wymagania określone w jednym lub dwóch pozostałych obszarach podstawy programowej filozofii (II. Elementy historii filozofii, III. Wybrane problemy filozofii).

IV. Przykładowe zadania z komentarzem

Poniżej zamieszczono przykładowe zadania z logiki, zgodne z wymaganiami szczegółowymi z podstawy programowej¹. W materiale dla ucznia przedstawiono wymagania egzaminacyjne z danego obszaru, krótkie wprowadzenie ukazujące istotę zagadnienia, kluczowe pojęcia, przykładowe zadania egzaminacyjne oraz przykładowe ćwiczenia doskonalące wybrane umiejętności z danego obszaru.

1. Przykładowe zadania z zakresu zasad jasnego i ścisłego formułowania myśli

Wymagania szczegółowe

1. Podstawowe kategorie logiczne języka: nazwy i zdania. Uczeń:
 - 1) wskazuje w odpowiednich tekstach nazwy i zdania w sensie logicznym;
 - 2) odróżnia kategorie logiczne nazw i zdań od kategorii gramatycznych rzeczowników i zdań w sensie gramatycznym;
 - 3) odróżnia zdania w sensie logicznym od imperatywów (nakazów) i interogatywów (pytań) oraz dostrzega związki między nimi.
2. Logiczne wady wypowiedzi: sprzeczność wewnętrzna, niedopowiedzenie i okazjonalność, nieostrość, wieloznaczność i chwiejność składniowa. Uczeń:
 - 1) ustala, co sprawia, że w określonym wyrażeniu mamy do czynienia ze sprzecznością wewnętrzną;
 - 2) odróżnia wyrażenia sprzeczne wewnętrznie od wyrażen fałszywych i nonsensownych;
 - 3) uzupełnia na kilka dopuszczalnych sposobów niedopowiedzenia;
 - 4) przekłada wyrażenia okazjonalne na wyrażenia pozbawione okazjonalizmów;
 - 5) wyjaśnia, czym są wyrażenia nieostre, i podaje ich przykłady;
 - 6) wyodrębnia poszczególne znaczenia przykładowych wyrażen wieloznacznych;
 - 7) tworzy dla odpowiednio dobranego wyrażenia chwiejnego składniowo co najmniej dwie różne parafrazy jednoznaczne składniowo.
3. Skutki posługiwania się wyrażeniami wadliwymi logicznie: niezrozumiałość, nieporozumienia słowne, paradoksy logiczne (np. paradoks kłamcy, paradoks ruchu, paradoks łysego). Uczeń:
 - 1) wyszukuje w podanym tekście wyrażenia niezrozumiałe i wyjaśnia, na czym polega ich niezrozumiałość;
 - 2) opisuje sytuację, w której doszło do nieporozumienia słownego, i podaje powody tego nieporozumienia;
 - 3) przedstawia co najmniej jeden paradoks logiczny i poddaje go analizie.
4. Definicje jako środek uściślenia myśli i mowy: typy definicji, kryteria poprawności definicji, problem perswazyjności definicji. Uczeń:
 - 1) wymienia wybrane odmiany definicji (definicja klasyczna, definicje nieklasyczne: definicja ostensywna, definicja enumeratywna, definicja kontekstowa) i podaje ich przykłady;

¹ W latach 2022/2023 i 2023/2024 na egzaminie maturalnym obowiązują wymagania egzaminacyjne. Rozporządzenie Ministra Edukacji i Nauki z dnia 10 czerwca 2022 r. w sprawie wymagań egzaminacyjnych dla egzaminu maturalnego przeprowadzanego w roku szkolnym 2022/2023 i 2023/2024.

- 2) tworzy dla ustalonego wyrażenia definicję klasyczną i wyodrębnia w niej *definiendum*, łącznik i *definiens*;
- 3) określa, które z warunków poprawności łamie określona definicja, i usuwa znalezione wady (nieadekwatność, niezrozumiałość *definiensa*, *ignotum per ignotum*, błędne koło);
- 4) identyfikuje perswazyjny komponent przykładowych definicji.

Komentarz dla nauczyciela

W tym obszarze edukacji logicznej uwaga koncentruje się na logicznych aspektach języka pojętego jako zbiór znaków i reguł ich używania. Logiczna refleksja nad językiem pozwala uświadomić sobie naturę, możliwości i ograniczenia języka jako narzędzia sprawnego komunikowania się.

Szczególnie uprzywilejowanym rodzajem myślenia w kontekście edukacji okazuje się **myślenie językowe**. Nie trzeba wchodzić w dyskusję na temat relacji myślenia do języka, aby się zgodzić, że istnieje nieprzypadkowy związek między jakością myślenia a jakością mówienia. Komunikowanie się wymaga umiejętnego posłużenia się określonym językiem – sensowne i efektywne mówienie wymaga zatem używania znaków danego języka w sposób zgodny z funkcjonującymi w danym języku regułami używania tych znaków (w tym sensie język jest strukturą normatywną).

Edukacja logiczna pozwala wyrażać myśli w sposób jasny oraz ścisły i tym samym podnosi efektywność komunikacji językowej. Uzyskana wiedza i umiejętności pozwalają identyfikować i eliminować błędy w językowym wyrażaniu myśli, które to błędy są wyrazem zaburzeń w aspektach poprawności lub efektywności w komunikowaniu myśli. Te błędy albo mają źródła w nieuwzględnianiu charakterystycznych cech języka naturalnego, do których zaliczamy zwłaszcza:

- wieloznaczność (sama wieloznaczność nie jest błędem – błędem jest używanie wyrażeń wieloznacznych w taki sposób, który generuje nieporozumienia)
- nieostrość zakresów
- niewyraźność treści,

albo też są one następstwem braku należytej staranności w komunikowaniu się.

Przykładowymi i częstymi błędami tego rodzaju są:

- błędy polegające na używaniu wyrażeń, które są niezrozumiałe dla odbiorców wypowiedzi
- błędy polegające na niedokładnym prezentowaniu swoich myśli (to, co się mówi, nie odpowiada dokładnie temu, co się myśli – niejasność myślenia)
- sprzeczność
- niedopowiedzenia
- mieszanie znaczenia dosłownego z przenośnym.

Z praktycznego punktu widzenia ważne jest, aby uczniowie posiadli elementarną wiedzę na temat natury, możliwości i ograniczeń języka jako swoistego medium przekazywania myśli i narzędzia komunikowania się z innymi, co w powiązaniu z odpowiednimi ćwiczeniami z zakresu edukacji logicznej może zaowocować większą świadomością logiczno-językową, której praktycznym wyrazem będzie wzrastająca potrzeba wyrażania swoich myśli w sposób

bardziej jasny i bardziej ścisły.

Szczególnie ważną umiejętnością, którą należy kształcić, jest umiejętność definiowania, służąca do uściślenia myślenia. Identyfikowanie i eliminowanie błędów logiczno-językowych oraz wypracowywanie nawyku definiowania, czyli efektywnego objaśniania słów lub przedmiotów, powinny stanowić wyróżnione cele edukacji logicznej w jej semiotycznym wymiarze, charakteryzowanym tutaj.

Pojęcia

- *zdanie (w sensie logicznym) – czyli wyrażenie, któremu można zasadnie przypisać wartość logiczną – prawdę lub fałsz*
- *nazwa (w sensie logicznym) – czyli wyrażenie, które przy danym jego rozumieniu może pełnić funkcję podmiotu lub orzecznika w zdaniu podmiotowo-orzecznikowym*
- *imperatyw – zdanie rozkazujące*
- *interrogatyw – zdanie pytające*
- *amfibolia (amfibologia), wieloznaczność składniowa – wieloznaczność wyrażenia złożonego spowodowana wadliwą składnią; nazwa jednego z błędów logicznych związanych z wieloznacznością*
- *definiowanie – to czynność określania czegoś (danej rzeczy lub danej nazwy); rezultatem tej czynności jest definicja.*

A. Przykładowe zadania ilustrujące zagadnienia z zakresu zasad jasnego i ścisłego formułowania myśli



Zadanie 1.
Zestaw dla ucznia

Które z poniższych wyrażen jest zdaniem w sensie logicznym? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

- A. Ile wynosi wynik działania $2+3$?
- B. $2+3$
- C. Oblicz, ile wynosi $2+3$.
- D. $2+3=7$



Zadanie 1.
Rozwiązanie

D



Zadanie 1.
Komentarz dla nauczyciela

W logice, tak jak w gramatyce, mówi się o zdaniach. Jednak sposób, w jaki rozumie się to pojęcie w każdej z tych dziedzin, jest odmienny. Dla uniknięcia pomyłek zdanie, tak jak się je rozumie w logice, nazywa się *zdaniem w sensie logicznym*. Jest to po prostu wyrażenie, które jest prawdziwe lub fałszywe. **Prawdę** i **fałsz** nazywa się wartościami logicznymi. Zatem zdanie w sensie logicznym to wyrażenie, które ma jakąś wartość logiczną.

Nie wszystkie wyrażenia zaliczane do kategorii zdań przez gramatykę są zdaniem w sensie logicznym. Pytania i rozkazy są zdaniem w sensie gramatycznym, ale nie są zdaniem w sensie logicznym. Ani pytania, ani rozkazy nie mają przecież wartości logicznej: nie są ani prawdziwe, ani fałszywe. Zdania w sensie logicznym są zdaniem oznajmującym.

Spośród możliwości A–D tylko D jest wyrażeniem, które ma wartość logiczną – jest zdaniem fałszywym.

Uwaga: Zdania jawnie fałszywe, takie jak D, mogą się wydawać nielogiczne w sensie potocznym. Nie należy tego potocznego sensu mylić z tym opisanym powyżej.

Zdanie A jest pytaniem, więc nie ma wartości logicznej. Zdanie C jest rozkazem, zatem też nie ma żadnej wartości logicznej. Również o odpowiedzi B nie można powiedzieć, aby była prawdziwa lub fałszywa (B jest nazwą).



Zadanie 2.
Zestaw dla ucznia

Poniższe zdanie jest logicznie wadliwe. Nazwij i wyjaśnij tę wadę oraz przeformułuj zdanie w taki sposób, aby nie było wadliwe.

Brat Antoniego, który wygrał zawody szachowe, jest najinteligentniejszym uczniem w klasie.

Nazwa wady:

Wyjaśnienie:

.....

.....

.....

.....

Sformułowanie niewadliwe:

.....



Zadanie 2. Rozwiązanie

Nazwa wady: prowadząca do nieporozumień wieloznaczność ALBO dokładniej: prowadząca do nieporozumień wieloznaczność składniowa, czyli amfibolia (ewentualnie amfibologia).

Wyjaśnienie: Zdanie jest tak skonstruowane, że nie wiadomo, kto wygrał zawody szachowe – Antoni czy jego brat.

Sformułowania niewadliwe:

- Brat Antoniego wygrał zawody szachowe i jest najinteligentniejszym uczniem w klasie. (pierwsze znaczenie)
- Antoni wygrał zawody szachowe, a jego brat jest najinteligentniejszym uczniem w klasie. (drugie znaczenie)



Zadanie 2. Komentarz dla nauczyciela

Wyrażenie jest wieloznaczne, jeśli ma więcej niż jedno znaczenie. Jeśli wieloznaczność nie jest uświadomiona przez autora wypowiedzi, to posłużenie się wyrażeniem wieloznacznym może w pewnych sytuacjach prowadzić do nieporozumień, gdyż nadawca i odbiorca komunikatu, w którym występuje wyrażenie wieloznaczne, mogą rozumieć go na różne sposoby. W takim przypadku wieloznaczność staje się wadą logiczną. Utrudnia porozumienie, gdyż sprawia, że nie wiadomo, które z kilku znaczeń wyrażenia zostało przez autora zamierzone. Z taką sytuacją mamy do czynienia w powyższym zadaniu. Nie wiadomo, która z dwóch niewadliwych (jednoznacznych) parafraz oryginalnego zdania wyraża zamierzoną przez autora myśl. Wieloznaczność omawianego zdania jest spowodowana jego składnią. Tego typu wieloznaczności nazywa się *amfiboliami* lub *amfibologiami*.

Inne przykłady amfibolii:

- Samochód wyprzedził motor.
Komentarz: Nie jest jasne, który pojazd wyprzedzał, a który został wyprzedzony.
- Obraz Moniki.
Komentarz: Nie jest jasne, czy Monika jest właścicielką obrazu, jego autorką, czy być może została na nim przedstawiona.

**Zadanie 3.**
Zestaw dla ucznia

Przeczytaj poniższą definicję.

Filozofia to nauka zajmująca się rozważaniami na temat istoty bytu, źródeł poznania itp.

<https://sjp.pwn.pl/szukaj/filozofia.html>

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej rozwinięcie 1, 2 lub 3.

Z uwagi na swoją formę przytoczona definicja jest

A.	ostensywna,	a jej definiensem jest wyrażenie	1.	nauka.
B.	klasyczna,		2.	nauka zajmująca się rozważaniami na temat istoty bytu, źródeł poznania itp.
C.	enumeratywna,		3.	filozofia.



Zadanie 3. Rozwiązanie

B2



Zadanie 3. Komentarz dla nauczyciela

Elementy poprawnie zbudowanej **definicji równościowej (równoważnościowej)**:

- *definiendum* – człon definiowany
- *definiens* – człon definiujący
- łącznik stwierdzający równość lub równoważność *definiendum* i *definiensa*.

Definicja klasyczna to definicja o postaci: *A jest to B mające cechę C*.

Definiendum jest w tym wypadku „A”.

Definiensem jest „B mające cechę C”.

Sformułowanie „jest to” pełni funkcję łącznika stwierdzającego równość lub równoważność *definiendum* i *definiensa*.

Charakterystyczną własnością definicji klasycznej jest jej *definiens* o kształcie „B mające cechę C”. Aby podać klasyczną definicję jakiegoś A, należy najpierw wskazać jakąś szerszą klasę obiektów B, do której wspomniane A należy. Owo B nazywa się *rodzajem* (lub *rodzajem najbliższym*). W następnym kroku należy wskazać cechę C, która spośród wszystkich B przysługuje tylko definiowanym A. Cechę C nazywa się *różnicą gatunkową*.

Weźmy dla przykładu definicję: *Człowiek jest to zwierzę rozumne*.

Po pierwsze – człowieka zalicza się do szerszej kategorii zwierząt (*zwierzę* to rodzaj). Po drugie – wskazuje się rozumność jako cechę, która spośród wszystkich zwierząt przysługuje wyłącznie człowiekowi (*rozumność* to różnica gatunkowa).

Definicja ostensywna (zwana też deiktyczną) to definicja, która polega na wskazaniu w jakiś sposób (przykładowo: za pomocą palca lub kiwnięcia głową) przynajmniej jednego z przedmiotów podpadających pod definiowany termin. Ostensywna definicja człowieka polegałaby zatem po prostu na pokazaniu palcem jakiegoś człowieka i wypowiedzeniu słów „to jest człowiek”.

Definicja enumeratywna polega na wyliczeniu kilku przykładowych przedmiotów podpadających pod definiowany termin. Enumeratywna definicja człowieka mogłaby wyglądać tak: *Człowiek to – przykładowo – Bogusław Linda, Olga Tokarczuk, Uma Thurman lub Bob Dylan*.

Podana w zadaniu definicja filozofii jest definicją klasyczną. Filozofia jest zaliczana do kategorii nauk (rodzaj), a cechą wyróżniającą ją spośród innych nauk okazuje się to, że zajmuje się rozważaniami na temat istoty bytu, źródeł poznania itp. (różnica gatunkowa).



Zadanie 4.
Zestaw dla ucznia

Podaną poniżej definicję oceń pod względem jej adekwatności. Swoją ocenę uzasadnij.

Filozof to specjalista w dziedzinie metafizyki lub epistemologii.

Ocena:

Uzasadnienie:

.....

.....

.....



Zadanie 4. Rozwiązanie

Ocena: Definicja jest nieadekwatna, gdyż jest za wąska.

Uzasadnienie: Definicja jest za wąska, ponieważ nie każdy filozof specjalizuje się w dziedzinie metafizyki lub epistemologii. Filozofami są też – przykładowo – specjaliści z zakresu etyki, którzy nie zajmują się ani metafizyką, ani epistemologią.



Zadanie 4. Komentarz dla nauczyciela

Definicja adekwatna

Definicja jest adekwatna, jeśli *definiendum* (człon definiowany) i *definiens* (człon definiujący) pokrywają się zakresowo, a więc jeśli wszystko, co podpada pod *definiendum*, podpada też pod *definiens* – i na odwrót.

Definicją adekwatną jest przykładowo taka definicja: *Babcia jakiejś osoby to matka rodzica tej osoby.*

Wyjaśnienie: Każda babcia jest matką rodzica i każda matka rodzica jest babcią.

Definicja nieadekwatna

Definicja może być nieadekwatna na kilka sposobów. Może być za szeroka. Może być za wąska. Może być za szeroka i za wąska jednocześnie. Może też być sprzeczna, co najczęściej spowodowane jest błędem przesunięcia kategorialnego.

- Definicja za szeroka

Jeśli istnieją przedmioty podpadające pod *definiens*, ale niepodpadające pod *definiendum*, wówczas definicja jest za szeroka.

Przykład definicji za szerokiej: *Tuńczyk to ryba drapieżna.*

Wyjaśnienie: Każdy tuńczyk jest rybą drapieżną, ale nie każda ryba drapieżna jest tuńczykiem (są – przykładowo – rekiny).

- Definicja za wąska

Jeśli istnieją przedmioty podpadające pod *definiendum*, ale niepodpadające pod *definiens*, to wtedy definicja okazuje się za wąska.

Przykład definicji za wąskiej: *Aktor to artysta odtwarzający role w teatrze.*

Wyjaśnienie: Każdy artysta odtwarzający role w teatrze jest aktorem, ale odwrotna zależność nie zachodzi. Niektórzy aktorzy nigdy nie występują w teatrach, gdyż grają – przykładowo – jedynie w filmach fabularnych.

- Definicja za wąska i za szeroka jednocześnie

Może się zdarzyć, że oba opisane błędy występują jednocześnie, a więc definicja jest za wąska i za szeroka zarazem.

Przykład definicji jednocześnie za wąskiej i za szerokiej: *Planeta to ciało niebieskie krążące wokół Słońca.*

Wyjaśnienie: Definicja jest za wąska, ponieważ nie wszystkie planety krążą wokół Słońca. Istnieją planety, zwane egzoplanetami, które krążą wokół innych gwiazd niż Słońce. Definicja jest za szeroka, ponieważ nie każde ciało niebieskie krążące wokół Słońca jest planetą. Przykładowo: asteroidy lub komety okrążają Słońce, ale planetami nie są.

- Definicja sprzeczna

Ze skrajnym przypadkiem nieadekwatności mamy do czynienia wówczas, gdy *definiendum* i *definiens* się wykluczają, a więc żaden przedmiot nie podpada pod *definiendum* i *definiens* jednocześnie. W takim przypadku mówimy, że definicja jest sprzeczna. Najczęściej do takiej sytuacji dochodzi, gdy źle dobrany jest rodzaj dla definiowanego terminu. O definicji, w której niewłaściwie wskazano rodzaj, mówimy, że zawiera *błąd przesunięcia kategorialnego*. Można zatem powiedzieć, iż najczęstszą przyczyną sprzeczności definicji jest błąd przesunięcia kategorialnego. Oto przykład takiej sprzecznej definicji – zawierającej błąd przesunięcia kategorialnego:

Przykład definicji sprzecznej: *Pluton to ostatnia planeta Układu Słonecznego.*

Wyjaśnienie: Obecnie Pluton nie jest w ogóle uznawany za planetę, należy do innego rodzaju ciał niebieskich. *Definiendum* i *definiens* się wykluczają.

B. Przykładowe ćwiczenia dydaktyczne doskonalące umiejętności z zakresu zasad jasnego i ścisłego formułowania myśli



Ćwiczenie 1. Zestaw dla ucznia

Poniższy tekst pochodzi z eseju napisanego na temat jednej z postaci klasycznego tekstu literackiego. Przytoczony fragment jest napisany wadliwie pod względem logiczno-językowym. Na podstawie wiedzy z zakresu logiki zidentyfikuj przynajmniej dwa* błędy logiczno-językowe znajdujące się w tym tekście. Wyjaśnij, dlaczego sformułowania wybrane przez Ciebie są logicznie wadliwe.

* W przywołanym tekście można zidentyfikować więcej niż dwa błędy logiczne – możesz wskazać więcej niż dwa błędy.

W epoce romantyzmu rozpropagowana zostaje postawa zwana wolteryzmem – od nazwiska autora „Cierpień młodego Wertera”. Główny bohater jest samotnikiem o wybujałej, wręcz chorobliwej uczuciowości, co ujawnił jego stosunek wobec Lotty, która była w relacji z Albertem, wobec której doświadczał on ambiwalentnych uczuć. Ta ambiwalencja przejawiała się w jednoznacznym nieszczęściu, jakie wywoływała w nim znajomość z Lottą. Ponadto Werter szczęścia Albertowi.

Przykład wadliwości:

.....

.....

.....

Wyjaśnienie:

.....

.....

Przykład wadliwości:

.....

.....

.....

Wyjaśnienie:

.....

.....

.....



Ćwiczenie 1. Komentarz dla nauczyciela

Jak w przypadku każdego sensownie rozwiązywanego zadania, także i tutaj należy rozpocząć od uważnej lektury polecenia. Takie podejście nie tylko wpływa na poprawność rozwiązania zadania, lecz także stanowi ważny aspekt pracy intelektualnej (ćwiczy się umiejętność stosowania konkretnej wiedzy – tu: z zakresu logiki, a ponadto pracuje się nad tak ważnymi postawami lub umiejętnościami, jak pracowitość, uważność, koncentracja, krytycyzm, efektywność). Tym, co zwykle sprzyja zrozumieniu polecenia i pomaga udzielić poprawnej odpowiedzi, jest struktura odpowiedzi (nie w każdym zadaniu zawarto schemat odpowiedzi). Z myślą o tych wstępnych wskazówkach należy zwrócić uwagę, że w tym ćwiczeniu nie wymaga się od ucznia posługiwania się nazwami błędów logicznych.

W kontekście zadań maturalnych zdecydowanie należy ograniczyć się do wskazania dwóch logicznych błędów – ponieważ egzaminator nie przyzna większej liczby punktów za trafne wskazanie i wyjaśnienie większej liczby błędów, a w razie podania wadliwej odpowiedzi będzie zobligowany do zaznaczenia błędnej odpowiedzi, czego konsekwencją będzie zapewne przyznanie liczby punktów mniejszej niż maksymalna.

Jednak jeżeli zadanie ma charakter ćwiczeniowy, to warto w tekście przywołanym w zadaniu wskazać każdą wadliwość logiczną w nim dostrzeżoną.

Dopowiedzenie: Prowadzone profesjonalnie zajęcia i właściwy model współpracy między nauczycielem a uczniem powinny – z myślą o tym typie ćwiczeń – umożliwić ocenę każdego rozwiązania. W trakcie zajęć ćwiczeniowych (w przeciwieństwie do konkursu czy egzaminu) obawa przed popełnianiem błędów nie powinna dominować nad potrzebą testowania swojej wiedzy i umiejętności. Poważnym problemem edukacyjnym jest nie tyle samo popełnianie błędów, ile brak optymalnego angażowania się w ćwiczenia i brak umiejętności identyfikowania lub eliminowania błędów (w tym – zwłaszcza własnych).

Jeżeli prowadzący zajęcia, w ramach tego ćwiczenia, pozwala na korzystanie z notatek, to oczywiście warto, aby samodzielnie sformułowane odpowiedzi uczeń sprawdził, z wykorzystaniem dostępnych materiałów (takich jak notatki czy podręcznik).

Dobrze uporządkowana i przyswojona wiedza z zakresu semiotyki umożliwia nie tylko dostrzeżenie, lecz także nazwanie dostrzeżonych błędów.

Przykładowe rozwiązania

Przykład wadliwości: *W epoce romantyzmu rozpropagowana zostaje postawa zwana wolteryzmem – od nazwiska autora „Cierpień młodego Wertera”.*

Wyjaśnienie: Jest to wyrażenie jawnie fałszywe (Volter nie jest autorem „Cierpień młodego Wertera”). Jest to jednak wyrażenie sensowne i wewnętrznie spójne.

Przykład wadliwości: *Ta ambiwalencja przejawiała się w jednoznacznym nieszczęściu, jakie wywoływała w nim znajomość z Lottą.*

Wyjaśnienie: Jest to wyrażenie wewnętrznie sprzeczne. „Ambiwalencja” to tyle co „przeżywanie przeciwstawnych uczuć”, a więc jej przejawem nie może być jednoznacznie przeżywane jedno uczucie, jak przykładowo wspomniane nieszczęście. Wypowiedź ta, mimo że wewnętrznie sprzeczna, nie jest nonsensem.

Przykład wadliwości: *Ponadto Werter szczęścia Albertowi.*

Wyjaśnienie: Jest to wyrażenie nonsensowne. Zapewne wskutek omyłki pominięte zostało orzeczenie (być może: „zazdrościł”). Mimo że można próbować domyślić się znaczenia zamierzonego przez autora, w obecnej postaci wyrażenie pozostaje nonsensowne.

Przykład wadliwości: *Główny bohater jest samotnikiem o wybujałej, wręcz chorobliwej uczuciowości, co ujawnił jego stosunek wobec Lotty, która była w relacji z Albertem, wobec której doświadczał on ambiwalentnych uczuć.*

Wyjaśnienie: Amfibolia. Nie wiadomo, kto doświadczał ambiwalentnych uczuć wobec Lotty: Werter czy Albert.



Ćwiczenie 2.
Zestaw dla ucznia

Fragment tekstu przywołany w zadaniu do ćwiczenia 1. przeredaguj w taki sposób, aby powstał tekst jasny, pozbawiony błędów logiczno-językowych oraz wyrażający wprost domyślne intencje autora tekstu wyjściowego.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ćwiczenie 2. Komentarz dla nauczyciela

Przykładowe rozwiązanie

Jednym z klasycznych tekstów literackich reprezentatywnych dla okresu preromantyzmu była powieść epistolarna Johanna Wolfganga von Goethego „Cierpienia młodego Wertera”. Główny bohater reprezentuje postawę, której nazwa – „werteryzm” – pochodzi od jego imienia. Jednym z kluczowych rysów tej postawy były ambiwalentne odczucia głównego bohatera przejawiające się np. w jednoczesnym doświadczaniu szczęścia i nieszczęścia wywołanych znajomością z Lottą. Ta ostatnia pozostawała w relacji z Albertem, któremu Werter zazdrościł szczęścia.

2. Przykładowe zadania z zakresu reguł poprawnego wnioskowania i uzasadniania twierdzeń

Wymagania szczegółowe

5. Uzasadnianie bezpośrednie: spostrzeżenie, introspekcja, intuicja. Uczeń:
 - 1) odróżnia zdania, które można uzasadnić w odwołaniu do spostrzeżenia, od zdań, które można uzasadnić w odwołaniu do introspekcji;
 - 2) wyróżnia i objaśnia wybrane pojęcia intuicji (intuicja intelektualna, intuicja aksjologiczna, intuicja w sensie potocznym).
6. Uzasadnianie pośrednie: wnioskowanie (rozumowanie) niezawodne (oparte na wynikaniu logicznym lub definicyjnym) i zawodne, wybrane schematy (reguły) wnioskowań, klasyfikacja rozumowań (dowodzenie, wyjaśnianie, potwierdzanie, obalanie). Uczeń:
 - 1) odróżnia w rozumowaniu przesłanki od wniosku oraz formułuje przesłanki pominięte w entymemacie;
 - 2) rozstrzyga, czy dane zdanie wynika logicznie lub definicyjnie z innego zdania lub zbioru zdań;
 - 3) odtwarza schemat, na którym opiera się określone wnioskowanie;
 - 4) zna i stosuje przykładowe schematy wnioskowań (*modus ponendo ponens*, *modus tollendo tollens*, *modus tollendo ponens*, sylogizm hipotetyczny, dylemat konstrukcyjny prosty i złożony);
 - 5) z podanej listy wnioskowań wyodrębnia wnioskowania zawodne (niededukcyjne) i niezawodne (dedukcyjne) i wskazuje powody przypisania im odpowiednio zawodności lub niezawodności;
 - 6) odróżnia – na przykładach – dowodzenie od wyjaśniania i potwierdzanie od obalania.
7. Błędy w rozumowaniach: błąd materialny i formalny, błędne koło w rozumowaniu, ekwiwokacja. Uczeń:
 - 1) ocenia dane rozumowanie pod względem materialnym i formalnym, wskazując powody swojej oceny;
 - 2) odróżnia rozumowanie z błędnym kołem bezpośrednim od rozumowania z błędnym kołem pośrednim;
 - 3) wyjaśnia, na czym polega błąd ekwiwokacji w podanym rozumowaniu.
8. Argumentacja: dyskusja a wymiana poglądów, parlamentarne i logiczne kryteria rzetelnej dyskusji, nieuczciwe chwyt w dyskusji. Uczeń:
 - 1) wyjaśnia, dlaczego przykładowa wymiana poglądów nie jest dyskusją;
 - 2) zna listę kryteriów rzetelnej dyskusji – parlamentarnych (ustalony porządek wypowiedzi, prawdomówność i życzliwe nastawienie do siebie dyskutantów) i logicznych (zrozumiałość wypowiedzi, określenie przedmiotu i założeń dyskusji) – i stosuje się do nich w praktyce;
 - 3) wskazuje przykładowe chwyt erystyczne (*ad vanitatem*, *ad verecundiam*, *ad ignorantiam*, *ad personam*, *ad populum*) stosowane w nieuczciwej dyskusji i opisuje, na czym polega ich nieuczciwość.

Komentarz dla nauczyciela

W tym obszarze edukacji logicznej uwaga koncentruje się zagadnieniach formalno-logicznych. Centralnym tematem jest wnioskowanie – oraz warunki jego poprawności. W pierwszej kolejności wskazywane i objaśniane jest intuicyjne rozumienie wynikania logicznego. Następnie omówiono sposoby zastosowania podstawowych narzędzi z zakresu klasycznego rachunku zdań (KRZ) dla sprawdzania zachodzenia relacji wynikania. Scharakteryzowano typowe schematy rozumowań. Podano sposoby korzystania z tabel prawdziwościowych.

Opisano też zagadnienie rekonstruowania rozumowania zawartego w szerszej wypowiedzi argumentacyjnej – co jest zadaniem trudnym i wymagającym dobrego zrozumienia analizowanego tekstu.

Pojęcia

- *rozumowanie (wnioskowanie) – jest to proces myślowy, w którym na podstawie uznania pewnych zdań zwanych przesłankami dochodzimy do uznania zdania zwanego wnioskiem, a połączonego z przesłankami takim związkiem, który uprawnia do uznania wniosku na podstawie uznania przesłanek*
- *wynikanie logiczne – zdanie A wynika logicznie ze zdań B_1, \dots, B_n wtedy i tylko wtedy, gdy nie jest możliwe, aby jednocześnie zdania B_1, \dots, B_n były wszystkie prawdziwe, a zdanie A – fałszywe*
ALBO
ze zdań „ B_1, \dots, B_n wynika logicznie zdanie A wtedy i tylko wtedy, gdy implikacja „ $(B_1 \wedge \dots \wedge B_n) \rightarrow A$ ” jest podstawieniem jakiegoś prawa logiki
- *wnioskowanie dedukcyjne (wnioskowanie niezawodne) – jest to takie wnioskowanie, w którym wniosek wynika logicznie z przesłanek*
ALBO
wnioskowanie dedukcyjne (niezawodne) jest to takie wnioskowanie, które jest oparte na niezawodnym schemacie wnioskowania, to znaczy na takim schemacie, który zawsze prowadzi od zdań prawdziwych do zdania prawdziwego
- *wnioskowanie niededukcyjne (nie-niezawodne, uprawdopodobniające) – jest to takie wnioskowanie, które może, co prawda, prowadzić od zdań prawdziwych do zdania fałszywego, ale w przypadku którego przesłanki zwiększają prawdopodobieństwo wniosku; we wnioskowaniach tego typu wniosek nie wynika logicznie z przesłanek*
- *klasyczny rachunek zdań (KRZ) – język formalno-logiczny, składający się ze zmiennych zdaniowych i funktorów prawdziwościowych; wnioskowania wyrażone w języku naturalnym można przekładać na język KRZ, a dzięki temu – badać poprawność formalną tych wnioskowań*
- *schemat logiczny / odtwarzanie schematu wnioskowania – jest to układ wyrażań zdaniowych, który powstaje w wyniku zastąpienia we wnioskowaniu stałych pozalogicznych przez odpowiednie zmienne (w każdym miejscu wnioskowania te same stałe zastępujemy przez te same zmienne)*
- *rekonstrukcja wnioskowania – wyraźne wskazanie przesłanek i wniosku wnioskowania*

A. Przykładowe zadania ilustrujące zagadnienia z zakresu reguł poprawnego wnioskowania i uzasadniania twierdzeń



Zadanie 1.
Zestaw dla ucznia

Oceń, czy poniższe rozumowanie jest rozumowaniem dedukcyjnym. Swoją odpowiedź uzasadnij.

Przesłanka 1: Niektórzy Polacy są lekarzami.

Przesłanka 2: Niektórzy Polacy mieszkają w Lublinie.

Wniosek: Niektórzy Polacy są lekarzami mieszkającymi w Lublinie.

Ocena:

Uzasadnienie:

.....
.....
.....



Zadanie 1. Rozwiązanie

Ocena: Rozumowanie powyższe nie jest rozumowaniem dedukcyjnym.

Przykładowe uzasadnienia:

- Wniosek nie wynika logicznie z przesłanek.
- Prawdziwość przesłanek nie gwarantuje prawdziwości wniosku.
- Możliwa jest sytuacja, w której przesłanki są prawdziwe, a wniosek – fałszywy.



Zadanie 1. Komentarz dla nauczyciela

Rozumowanie jest procesem myślowym polegającym na dochodzeniu do uznania pewnego zdania – zwanego *wnioskiem* – na podstawie innych, wcześniej uznanych zdań – zwanych *przesłankami*. Na potrzeby niniejszych materiałów i w zgodzie z powszechną praktyką językową termin „wnioskowanie” będzie traktowany jako synonim terminu „rozumowanie”. (Trzeba pamiętać jednak, że w literaturze przedmiotu pojawiają się próby odróżniania znaczeniowego tych terminów).

Rozumowanie jest *dedukcyjne*, jeśli między wnioskiem a przesłankami zachodzi pewna szczególna relacja – relacja *wynikania logicznego*. Rozumowanie jest dedukcyjne wtedy i tylko wtedy, gdy jego wniosek wynika logicznie z przesłanek. W podręcznikach do logiki można znaleźć ścisłe i formalne definicje wynikania logicznego. Często wystarcza definicja nieco mniej formalna, a za to – bardziej intuicyjna:

Zdanie A wynika logicznie ze zdań B_1, \dots, B_n wtedy i tylko wtedy, gdy nie jest możliwe, aby jednocześnie zdania B_1, \dots, B_n były wszystkie prawdziwe, a zdanie A – fałszywe.

Po uwzględnieniu tej definicji można powiedzieć, że rozumowanie jest dedukcyjne wtedy i tylko wtedy, gdy nie jest możliwe, aby jednocześnie jego przesłanki były wszystkie prawdziwe, a wniosek – fałszywy.

Jeszcze inaczej można powiedzieć, że przez prawdziwość przesłanek rozumowania dedukcyjnego zostaje wymuszona prawdziwość jego wniosku.

Istnieje intuicyjna metoda sprawdzania, czy wniosek wynika z przesłanek logicznie (czyli czy rozumowanie jest dedukcyjne). Wystarczy się zastanowić, czy jest możliwe, aby przesłanki były prawdziwe, a jednocześnie wniosek okazał się fałszywy. Jeśli taka sytuacja jest możliwa, to wniosek nie wynika logicznie z przesłanek, a więc rozumowanie nie jest dedukcyjne. Jeśli opisana sytuacja jest niemożliwa (nie dość, że nie zachodzi, to jeszcze nie mogłaby zajść), to wtedy wniosek wynika logicznie z przesłanek, a więc rozumowanie jest dedukcyjne.

Rozważmy dwa przykłady.

Przykład 1.

Przesłanka 1: Wszyscy aktorzy filmowi są Polakami.

Przesłanka 2: Bogusław Linda jest aktorem filmowym.

Wniosek: Bogusław Linda jest Polakiem.

To rozumowanie jest dedukcyjne, gdyż jego wniosek wynika logicznie z przesłanek. Jeśli przesłanki okazałyby się prawdziwe, wówczas wniosek niewątpliwie także okazałby się prawdziwy. Gdyby wszyscy aktorzy filmowi byli Polakami, a Bogusław Linda byłby jednym z tych aktorów, wówczas – siłą rzeczy – musiałby okazać się on Polakiem.

Przykład 2.

Przesłanka 1: Wszyscy Polacy są Europejczykami.

Przesłanka 2: Bogusław Linda jest Europejczykiem.

Wniosek: Bogusław Linda jest Polakiem.

W przeciwieństwie do poprzedniego, wnioskowanie z przykładu 2. nie jest dedukcyjne – jego wniosek nie wynika logicznie z przesłanek. Można przecież wyobrazić sobie sytuację, w której przesłanki są prawdziwe, a wniosek – fałszywy. Można wyobrazić sobie – przykładowo – że Bogusław Linda jest Hiszpanem. W takiej sytuacji dalej prawdą byłoby, że wszyscy Polacy są Europejczykami i Bogusław Linda jest Europejczykiem, a jednak nieprawdą byłoby, że ten ostatni jest Polakiem. Wiemy, że w rzeczywistości jest Polakiem, ale ten fakt nie jest wymuszony prawdziwością przesłanek. W świetle samych tylko przesłanek nie można być pewnym tego wniosku.

Przy okazji należy odnotować, że faktyczne wartości logiczne przesłanek i wniosku nie przesądzają zwykle kwestii wynikania logicznego. W przykładzie 1. przesłanka pierwsza jest fałszywa, a mimo to wynikanie logiczne zachodzi. W przykładzie 2. wszystkie zdania (obie przesłanki i wniosek) są prawdziwe, a jednak wynikanie logiczne nie zachodzi. Jedynie sytuacja, kiedy wszystkie przesłanki są prawdziwe, a wniosek – fałszywy, rozstrzyga sprawę. W takiej sytuacji wniosek – oczywiście – nie wynika logicznie z przesłanek. Jednak w przypadku wszystkich pozostałych możliwych kombinacji wartości logicznych przesłanek i wniosku może się zdarzyć zarówno, że wniosek wynika z przesłanek, jak i to, że takie wynikanie nie zachodzi.

W przypadku rozumowania z zadania 1. wynikanie nie zachodzi. Na szczęście dla mieszkańców Lublina niektórzy z nich są lekarzami, a więc wniosek jest prawdziwy, ale prawdziwości tego zdania nie można być pewnym na podstawie prawdziwości przesłanek. Możliwa jest bowiem sytuacja, w której przesłanki tego rozumowania okazałyby się prawdziwe, a wniosek – fałszywy. Żaden polski lekarz mógłby nie mieszkać w Lublinie, nawet gdyby niektórzy Polacy tam mieszkali i niektórzy Polacy byli lekarzami (ci ostatni mieszkaliby w innych miastach).



Zadanie 2.
Zestaw dla ucznia

Czy ze zdań (1) – (3) wynika logicznie zdanie (4)? Odpowiedź uzasadnij.

- (1) Moneta jest wykonana ze srebra lub złota.
- (2) Jeśli moneta jest wykonana ze srebra, to jest wykonana z metalu szlachetnego.
- (3) Jeśli moneta jest wykonana ze złota, to jest wykonana z metalu szlachetnego.
- (4) Moneta jest wykonana z metalu szlachetnego.

Odpowiedź:

.....

Uzasadnienie:

.....

.....

.....

.....

**Zadanie 2.**
Rozwiązanie

Odpowiedź: Tak, zdanie (4) wynika logicznie ze zdań (1) – (3).

Przykładowe uzasadnienie: Wnioskowanie, w którym zdania (1) – (3) są przesłankami, a zdanie (4) jest wnioskiem, przebiega według schematu:

$$p \vee q$$

$$p \rightarrow r$$

$$q \rightarrow r$$

$$r$$

Jest to schemat *dylematu konstrukcyjnego prostego*, a więc schemat dedukcyjny. Tym samym (4) wynika ze zdań (1) – (3).

ALBO

Można w tym miejscu przedstawić odpowiednią tabelę prawdziwościową (porównaj odpowiedź do zadania 4).

**Zadanie 2.**
Komentarz dla nauczyciela

Intuicyjna metoda oceny, czy dane zdanie wynika logicznie z innych podanych zdań, czyli – innymi słowy – czy dane wnioskowanie jest dedukcyjne, opisana w komentarzu do poprzedniego zadania, jest metodą zawodną. Na szczęście logika dostarcza formalnych narzędzi umożliwiających efektywne rozstrzygnięcie kwestii dedukcyjności schematów wnioskowania (rozstrzygnięcia, czy w danym schemacie wniosek wynika logicznie z przesłanek).

Aby z tych narzędzi skorzystać, należy zacząć od znalezienia logicznego schematu analizowanego rozumowania. W ogólności podanie schematu rozumowania polega na „przetłumaczeniu” tego rozumowania na język jakiegoś rachunku logicznego. Takie języki składają się zwykle ze zmiennych pewnego rodzaju lub rodzajów oraz ze stałych logicznych, charakterystycznych dla danego języka. Schematyczne przedstawienie rozumowania prezentuje „kształt” tego rozumowania, ale pomija jego konkretną treść.

W celu poradzenia sobie z zadaniami omawianego rodzaju bardzo pomocne okazuje się przyswojenie sobie chociaż podstawowych informacji z zakresu tzw. *klasycznego rachunku zdań* (w skrócie: KRZ).

Klasyczny rachunek zdań

Jak każdy rachunek logiczny, KRZ ma swój specyficzny język. Podstawowymi składowymi tego języka są tzw. *zmiennne zdaniowe* oraz *funktory zdaniotwórcze*, zwane też *funktorami prawdziwościami*.

- 1) Zmienne zdaniowe oznacza się zwykle małymi literami z końca alfabetu łacińskiego (p, q, r, s, \dots). Fakt, że są to zmienne zdaniowe, należy rozumieć następująco: każda z tych zmiennych (liter) zastępuje niejako jakieś zdanie pojedyncze.
- 2) Funktory zdaniotwórcze to tyle, ile spójniki, za pomocą których można ze zdań prostszych budować zdania coraz bardziej skomplikowane. Wyróżnia się zwykle 5 podstawowych funktorów (choć w ogóle jest ich więcej). Oto one:

Nazwa funktora	Zapis słowny (znaczenie)	Zapis symboliczny	Przykład
negacja	nieprawda, że ... (lub po prostu „nie ...”)	\sim lub \neg	$\sim p$ Nieprawda, że p
koniunkcja	... i ..., ... oraz ...	\wedge	$p \wedge q$ p i q
alternatywa	... lub ..., ... albo	\vee	$p \vee q$ p lub q
implikacja	jeśli ..., to ...	\rightarrow	$p \rightarrow q$ jeśli p , to q
równoważność	... wtedy i tylko wtedy gdy ...	\leftrightarrow	$p \leftrightarrow q$ p wtedy i tylko wtedy, gdy q

Pierwszy z tych funktorów – negacja – jest funktorem jednoargumentowym, co znaczy, że łączy się z jednym zdaniem i wraz z nim tworzy zdanie złożone. Pozostałe funktory są dwuargumentowe, co znaczy, że łączą dwa zdania w jedno. Zdania połączone funktorami koniunkcji, alternatywy oraz równoważności nazywamy *członami* (odpowiednio: koniunkcji, alternatywy oraz równoważności). W przypadku implikacji każde tworzące ją zdanie określamy innym terminem. Pierwsze z nich jest zwane *poprzednikiem implikacji*, drugie – *następnikiem*.

Poza zmiennymi zdaniowymi i funktorami zdaniotwórczymi należą do języka KRZ także nawiasy, pełniące funkcję znaków pomocniczych.

Jednym ze sposobów odtwarzania schematu wnioskowania jest „przetłumaczenie” zdań składających się na wnioskowanie z języka naturalnego (np. z polskiego) na język KRZ. Aby jakieś zdanie przetłumaczyć na język KRZ, postępujemy następująco:

- Po pierwsze – każde zdanie pojedyncze zastępuje się jakąś zmienną zdaniową. Trzeba przy tym pamiętać o dwóch zasadach: (1) każde zdanie należy zastąpić inną zmienną; (2) raz przypisana zmienna powinna w całym wnioskowaniu oznaczać to samo zdanie.
- Po drugie – należy rozpoznać, jakie (spośród 5 przedstawionych w powyższej tabeli) funktory wykorzystano w danym zdaniu. Każdy należy zastąpić odpowiednim symbolem (ewentualnie – odpowiadającym mu zapisem słownym).

Przykład 1.

Euzebiusz jest aktorem i Eustachy jest prawnikiem.

W pierwszym kroku zdania pojedyncze zastępujemy zmiennymi, przykładowo tak:

p – Euzebiusz jest aktorem.

q – Eustachy jest prawnikiem.

W drugim kroku identyfikujemy funktor. W tym wypadku jest on wyrażony spójnikiem „i”. Nie ma wątpliwości, że pełni on funkcję koniunkcji.

Oto zatem schemat powyższego zdania:

$p \wedge q$.

Przykład 2.

Nieprawda, że Euzebiusz pójdzie do kina lub na basen.

p – Euzebiusz pójdzie do kina.

q – Euzebiusz pójdzie na basen.

Chociaż w warstwie językowej rozważanego zdania spójnik „lub” nie łączy zdań, ale wyrażenia przyimkowe („do kina”, „na basen”), to z uwagi na znaczenie wyrażenia najlepiej przełożyć je jako alternatywę dwóch zdań. Znajdującą się na początku negację należy traktować jako zaprzeczenie całej wypowiedzi, stąd nawias w poniższym schemacie (gdyby go nie było, negacja dotyczyłaby tylko pierwszego składowego zdania, czyli p).

Schemat:

$\sim (p \vee q)$

Przykład 3.

Jeśli Euzebiusz jest Włochem lub Polakiem, to nie jest Azjata.

p – Euzebiusz jest Włochem.

q – Euzebiusz jest Polakiem.

r – Euzebiusz jest Azjata.

Zdania p i q połączone są funktorem „lub” czyli alternatywą (patrz przykład 2.). Ta alternatywa jest poprzednikiem implikacji, której następnikiem jest negacja zdania r.

Schemat:

$(p \vee q) \rightarrow \sim r$

Dla rozstrzygnięcia, czy dane zdanie wynika logicznie z innych, bardzo pomocna staje się znajomość często używanych schematów wnioskowań dedukcyjnych. Każde rozumowanie przebiegające według takiego schematu jest dedukcyjne, tzn. jego wniosek wynika logicznie z przesłanek.

Oto kilka podstawowych schematów wnioskowań dedukcyjnych, wraz z przykładowymi rozumowaniami przebiegającymi według każdego z nich:

Modus ponendo ponens

$p \rightarrow q$

p

q

Przykładowe rozumowanie

Przesłanka 1: Jeśli Zofia przebywa obecnie w Mediolanie, to przebywa obecnie we Włoszech.

Przesłanka 2: Zofia przebywa obecnie w Mediolanie.

Wniosek: Zofia przebywa obecnie we Włoszech.

Modus tollendo tollens

$p \rightarrow q$

$\sim q$

$\sim p$

Przykładowe rozumowanie

Przesłanka 1: Jeśli Zofia przebywa obecnie w Mediolanie, to przebywa obecnie we Włoszech.

Przesłanka 2: Zofia nie przebywa obecnie we Włoszech.

Wniosek: Zofia nie przebywa obecnie w Mediolanie.

Modus tollendo ponens

$p \vee q$

$\sim p$

q

Przykładowe rozumowanie

Przesłanka 1: Zofia przebywa obecnie w Mediolanie lub w Madrycie.

Przesłanka 2: Zofia nie przebywa obecnie w Mediolanie.

Wniosek: Zofia przebywa obecnie w Madrycie.

Sylogizm hipotetyczny

$p \rightarrow q$

$q \rightarrow r$

$p \rightarrow r$

Przykładowe rozumowanie

Przesłanka 1: Jeśli Zofia przebywa obecnie w Mediolanie, to przebywa obecnie we Włoszech.

Przesłanka 2: Jeśli Zofia przebywa obecnie we Włoszech, to przebywa obecnie w Europie.

Wniosek: Jeśli Zofia przebywa obecnie w Mediolanie, to przebywa obecnie w Europie.

Dylemat konstrukcyjny prosty

$p \vee q$

$p \rightarrow r$

$q \rightarrow r$

r

Przykładowe rozumowanie

Przesłanka 1: Zofia przebywa obecnie w Mediolanie lub w Neapolu.

Przesłanka 2: Jeśli Zofia przebywa obecnie w Mediolanie, to przebywa obecnie we Włoszech.

Przesłanka 3: Jeśli Zofia przebywa obecnie w Neapolu, to przebywa obecnie we Włoszech.

Wniosek: Zofia przebywa obecnie we Włoszech.

Dylemat konstrukcyjny złożony

$p \vee q$

$p \rightarrow r$

$q \rightarrow s$

$r \vee s$

Przykładowe rozumowanie

Przesłanka 1: Zofia przebywa obecnie w Mediolanie lub w Lublinie.

Przesłanka 2: Jeśli Zofia przebywa obecnie w Mediolanie, to przebywa obecnie we Włoszech.

Przesłanka 3: Jeśli Zofia przebywa obecnie w Lublinie, to przebywa obecnie w Polsce.

Wniosek: Zofia przebywa obecnie we Włoszech lub w Polsce.

Wróćmy do zdań (1) – (4), wymienionych w komentowanym zadaniu. Składającym się na nie zdaniom prostym przyporządkujemy zmienne zdaniowe w następujący sposób:

p – Moneta jest wykonana ze srebra

q – Moneta jest wykonana ze złota

r – Moneta jest wykonana z metalu szlachetnego.

Schemat wnioskowania (1) – (4) wygląda następująco:

$p \vee q$

$p \rightarrow r$

$q \rightarrow r$

r

Wystarczy zauważyć, że jest to schemat *dylematu konstrukcyjnego prostego*, a więc jeden z wymienionych wyżej typowych schematów dedukcyjnych.



Zadanie 3.
Zestaw dla ucznia

Czy ze zdań (1) – (2) wynika logicznie zdanie (3)? Odpowiedź uzasadnij.

- (1) Jeśli moneta jest wykonana ze złota, to jest wykonana z metalu szlachetnego.
- (2) Moneta nie jest wykonana ze złota.
- (3) Moneta nie jest wykonana z metalu szlachetnego.

Odpowiedź:

.....

Uzasadnienie:

.....

.....



Zadanie 3.
Rozwiązanie

Odpowiedź: Nie, zdanie (3) nie wynika ze zdań (1) – (2).

Przykładowe uzasadnienie: Wnioskowanie, w którym zdania (1) – (2) są przesłankami, a zdanie (3) jest wnioskiem, przebiega według schematu:

$p \rightarrow q$

$\sim p$

$\sim q$

Jest to schemat zwany *zaprzeczeniem poprzednika*, czyli schemat, w którym wniosek nie wynika logicznie z przesłanek (nie jest to więc schemat wnioskowania dedukcyjnego), zatem (3) nie wynika ze zdań (1) – (2).

ALBO

Można w tym miejscu przedstawić odpowiednią tabelę prawdziwościową (porównaj odpowiedź do zadania 4).



Zadanie 3.
Komentarz dla nauczyciela

Poza znajomością – wymienionych w komentarzu do poprzedniego zadania – typowych schematów wnioskowań dedukcyjnych, pomocna okazuje się też znajomość typowych schematów niededukcyjnych, które często są mylnie uważane za dedukcyjne. W przypadku takich schematów wniosek nie wynika logicznie z przesłanek. (porównaj *Uwagę 2.* z komentarza do zadania 4).

Oto dwa najbardziej popularne schematy wnioskowań niededukcyjnych często błędnie traktowane jako schematy wnioskowań dedukcyjnych, wraz z przykładowymi rozumowaniami przebiegającymi według każdego z nich:

Zaprzeczenie poprzednika

$p \rightarrow q$

$\sim p$

$\sim q$

Przykładowe rozumowanie

Przesłanka 1: Jeśli Zofia przebywa obecnie w Mediolanie, to przebywa obecnie we Włoszech.

Przesłanka 2: Zofia nie przebywa obecnie w Mediolanie.

Wniosek: Zofia nie przebywa obecnie we Włoszech.

Uznanie następnika

$p \rightarrow q$

q

p

Przykładowe rozumowanie

Przesłanka 1: Jeśli Zofia przebywa obecnie w Mediolanie, to przebywa obecnie we Włoszech.

Przesłanka 2: Zofia przebywa obecnie we Włoszech.

Wniosek: Zofia przebywa obecnie w Mediolanie.

Rozwiązanie zadania 3 jest analogiczne do rozwiązania zadania 2. Schemat wnioskowania

(1) – (3) wygląda tak:

$p \rightarrow q$

$\sim p$

$\sim q$

Wystarczy zauważyć, że jest to pierwszy z wymienionych wyżej typowych schematów niededukcyjnych.



Zadanie 4.
Zestaw dla ucznia

Czy ze zdań (1) – (3) wynika logicznie zdanie (4)? Odpowiedź uzasadnij.

- (1) Jeśli moneta jest wykonana ze srebra, to jest wykonana z metalu szlachetnego.
- (2) Jeśli moneta jest wykonana z metalu szlachetnego, to jest cenna.
- (3) Moneta nie jest cenna.
- (4) Moneta nie jest wykonana ze srebra.

Odpowiedź:

.....

Uzasadnienie:

.....

.....

**Zadanie 4.**
Rozwiązanie

Odpowiedź: Tak, zdanie (4) wynika logicznie ze zdań (1) – (3).

Przykładowe uzasadnienie: Wnioskowanie, w którym zdania (1) – (3) są przesłankami, a zdanie (4) jest wnioskiem, przebiega według schematu:

$$p \rightarrow q$$

$$q \rightarrow r$$

$$\sim r$$

$$\sim p$$

W przypadku każdego wartościowania, dla którego przesłanki tego schematu okazują się prawdziwe, jego wniosek też okazuje się prawdziwy (nie ma wartościowania, dla którego przesłanki są prawdziwe, a wniosek – fałszywy). Świadczy o tym następująca tabela.

			(1)	(2)	(3)	(W)
p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$\sim r$	$\sim p$
1	1	1	1	1	0	0
1	1	0	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	0	1
0	0	0	1	1	1	1

**Zadanie 4.**
Komentarz dla nauczyciela

Na przykładzie dwóch poprzednich zadań widać, że znajomość typowych schematów dedukcyjnych i niededukcyjnych jest bardzo pomocna. W ogólności nie jest to jednak metoda, którą da się zastosować w każdej sytuacji. Rozumowanie podane do analizy może wszakże przebiegać według schematu innego niż te podane powyżej. W takich przypadkach można skorzystać z metody tablic prawdziwościowych dla KRZ, której zarys podajemy poniżej.

Funktory KRZ bywają nazywane funktorami prawdziwościowymi, ponieważ z każdym nich jest powiązana tabela prawdziwościowa, przedstawiająca, w jaki sposób wartość logiczna zdania zbudowanego za pomocą danego funkтора zależy od wartości logicznej zdań składowych. Zaczniemy od przypadku najprostszego, a więc od negacji. Oto odpowiednia tabela:

p	$\sim p$
1	0
0	1

Konieczne są dwie uwagi.

Po pierwsze – „1” oznacza prawdę, natomiast „0” oznacza fałsz.

Po drugie – każdy wiersz tabeli odpowiada możliwemu wartościowaniu, a więc możliwemu przypisaniu wartości logicznych (prawdy i fałszu) wszystkim użytym zmiennym zdaniowym.

W przypadku negacji mamy do czynienia z tylko jedną zmienną, a więc mamy dwie możliwe sytuacje – zdanie odpowiadające tej zmiennej jest prawdziwe lub fałszywe. Jak widać, jeśli zdanie jest prawdziwe, to jego negacja jest fałszywa (pierwszy wiersz tabeli), natomiast jeśli zdanie jest fałszywe, to jego negacja jest prawdziwa (drugi wiersz tabeli). Innymi słowy: negacja „odwraca” wartość logiczną negowanego zdania.

Pozostałe funktory są dwuargumentowe, łączą dwa zdania w jedno. Dlatego tabele im odpowiadające będą miały cztery wiersze, gdyż dla dwóch zmiennych istnieją cztery możliwe wartościowania: obie zmienne są prawdziwe (pierwszy wiersz), pierwsza zmienna jest prawdziwa, a druga – fałszywa (drugi wiersz), pierwsza jest fałszywa, a druga – prawdziwa (trzeci wiersz), obie są fałszywe (czwarty wiersz). Zatem w ogólności możliwych wartościowań jest 2^n , gdzie n to ilość zmiennych.

Tabela koniunkcji wygląda następująco:

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Koniunkcja jest prawdziwa tylko w jednym przypadku – wtedy, gdy oba jej człony są prawdziwe (pierwszy wiersz tabeli). W pozostałych przypadkach jest fałszywa.

Oto tabela alternatywy:

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Alternatywa jest fałszywa tylko w jednym przypadku – gdy oba jej człony są fałszywe (czwarty wiersz). W pozostałych przypadkach jest prawdziwa.

Implikacja ma tabelę:

p	q	$p \rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Implikacja jest fałszywa tylko w jednym przypadku – gdy jej poprzednik jest prawdziwy, a następnik okazuje się fałszywy (drugi wiersz tabeli). W pozostałych przypadkach jest prawdziwa.

Tabela równoważności wygląda tak:

p	q	$p \leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Równoważność jest prawdziwa w dwóch przypadkach, w których jej człony mają taką samą wartość logiczną, a więc gdy oba są prawdziwe (pierwszy wiersz tabeli) oraz gdy oba są fałszywe (czwarty wiersz tabeli). W pozostałych dwóch przypadkach, a więc gdy człony równoważności mają różne wartości logiczne, cała równoważność jest fałszywa (wiersze drugi i trzeci).

Dzięki podanym tabelom można „obliczyć” wartość logiczną dowolnego zdania złożonego, jeśli tylko zna się wartości logiczne składników, czyli zmiennych zdaniowych (czy raczej – zdań prostych im odpowiadających).

Przykład 1.

Obliczmy, jaką wartość ma zdanie:

$$\sim p \rightarrow (q \vee r),$$

jeśli p jest prawdziwe ($p = 1$), natomiast q oraz r – fałszywe ($q = 0, r = 0$). W tym celu należy postępować zgodnie z opisanymi powyżej tabelami w kolejności wyznaczonej przez nawiasy. Wartości obliczone na poszczególnych etapach wygodnie będzie zapisywać pod znakami odpowiednich funktorów. Najpierw należy policzyć wartość negacji zdania p. Ponieważ p jest prawdziwe, jego negacja jest fałszywa:

p	q	r	\sim	p	\rightarrow	(q	\vee	r)
1	0	0	0					

Następnie liczymy wartość alternatywy q oraz r . Ponieważ obie te zmienne są fałszywe, ich alternatywa też jest fałszywa:

p	q	r	$\sim p \rightarrow (q \vee r)$
1	0	0	0

W ostatnim kroku wyznaczamy wartość implikacji, a więc – w tym przypadku – całego zdania. Ponieważ jej poprzednik (negacja zdania p) jest fałszywy i następnik (alternatywa zdań q oraz r) też jest fałszywy, cała implikacja jest prawdziwa:

p	q	r	$\sim p \rightarrow (q \vee r)$
1	0	0	1

Przykład 2.

Niech $p = 0$, $q = 0$ i $r = 1$. Obliczmy, jaką wartość ma zdanie:

$$\sim (p \wedge q) \leftrightarrow r.$$

p	q	r	$\sim (p \wedge q) \leftrightarrow r$
0	0	1	1

Kolejność wykonywania obliczeń: **koniunkcja**, **negacja**, **równoważność**. Całe zdanie jest prawdziwe. (Kolory wykorzystane w tym i w kilku następnych przykładach pełnią wyłącznie funkcję dydaktyczną – mają ułatwić zrozumienie opisywanej procedury. Oczywiście, aby przygotować odpowiednie tabele, nie trzeba tych kolorów stosować).

Powyższą procedurę można uogólnić. Zamiast obliczać wartość logiczną danego zdania dla jednego konkretnego wartościowania zmiennych zdaniowych (jednej konkretnej kombinacji wartości logicznych jakie przyjmują zmienne), będziemy obliczać wartość zdania dla wszystkich możliwych wartościowań.

Przykład 3.

Oto wartości zdania:

$$(p \wedge q) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$$

dla wszystkich możliwych wartościowań.

p	q	$(p \wedge q) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Kolejność wykonywania obliczeń: **koniunkcja**, **implikacja**, **równoważność**. Wartości zapisane pod równoważnością są wartościami logicznymi całego zdania. Przykładowo: jeśli p jest fałszywe, a q – prawdziwe (trzeci wiersz), całe zdanie jest fałszywe.

Uwaga 1: Jeśli komuś ułatwi to rozwiązywanie zadań tego typu, to podane po lewej stronie wartości logiczne zmiennych zdaniowych można przepisać w całej tabeli, każdorazowo w kolumnach pod odpowiednimi zmiennymi. Wtedy ostatnia tabela będzie wyglądała tak:

p	q	(p	\wedge	q)	\leftrightarrow	(p	\rightarrow	q)
1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	1	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	1	0

Przykład 4.

Oto wartości rozważanego wcześniej zdania:

$$\sim p \rightarrow (q \vee r)$$

dla wszystkich możliwych wartościowań. Ponieważ w zdaniu tym wstępują trzy zmienne, możliwych wartościowań – a więc i wierszy tabeli – jest 8 (2^3).

p	q	r	\sim	p	\rightarrow	(q	\vee	r)
1	1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	1	0	0	0	0	0

Kolejność wykonywania obliczeń: **negacja**, **alternatywa**, **implikacja**. Wartości zapisane pod implikacją są wartościami logicznymi całego zdania. Całe zdanie jest fałszywe tylko w jednym przypadku – wtedy, gdy wszystkie zmienne są fałszywe (ostatni wiersz).

Powyższe tabele prawdziwościowe można wykorzystać do sprawdzenia, czy dany schemat rozumowania jest schematem dedukcyjnym (zatem czy wniosek wynika z przesłanek logicznie). Aby to sprawdzić, należy postępować według poniższego schematu.

1. Przygotowujemy tabelę w taki sposób, aby każda przesłanka oraz wniosek miały oddzielną kolumnę.
2. Obliczamy wartości logiczne przesłanek i wniosku dla wszystkich wartościowań zmiennych zdaniowych.
3. Szukamy wiersza, w którym wszystkie przesłanki są prawdziwe, a wniosek – fałszywy.

4. Jeśli wiersz takiego nie ma, schemat jest dedukcyjny (wniosek wynika logicznie z przesłanek).
5. Jeśli wiersz taki jest, schemat nie jest dedukcyjny (wniosek nie wynika logicznie z przesłanek).

Uwaga 2: Każde wnioskowanie przebiegające według jakiegoś schematu dedukcyjnego jest na pewno wnioskowaniem dedukcyjnym.

Niestety, w przypadku schematów niededukcyjnych zależność analogiczna nie zachodzi zawsze. Choć z reguły wnioskowanie przebiegające według schematu niededukcyjnego będzie niededukcyjne, może się zdarzyć, że jakieś wnioskowanie przebiega według schematu niededukcyjnego, a jednak jest wnioskowaniem dedukcyjnym. Dzieje się tak dlatego, że jednemu wnioskowaniu może odpowiadać kilka schematów (przykładowo: mniej i bardziej szczegółowy). Jednak w praktyce, jeśli odtwarzamy schemat wnioskowania i dbamy o to, aby zmiennymi zdaniowymi zastępować możliwie najprostsze zdania, to taka sytuacja będzie się zdarzała rzadko.

Przykład 5.

Sprawdźmy, czy poniższy schemat jest schematem wnioskowania dedukcyjnego.

$$\begin{array}{l}
 p \rightarrow \sim q \\
 q \\
 \hline
 p
 \end{array}$$

Oto odpowiednia tabela:

		(1)			(2)	(W)
p	q	p	\rightarrow	\sim	q	p
1	1	0	0	0	1	1
1	0	1	1	1	0	1
0	1	<u>1</u>	0	0	<u>1</u>	<u>0</u>
0	0	1	1	1	0	0

Kolumna (1) odpowiada pierwszej przesłance, kolumna (2) – drugiej, a kolumna (W) – wnioskowi. W kolumnie (1) najpierw liczymy wartość negacji, a później – implikacji. Kolumna (2) to po prostu kolumna wartości zmiennej q, a kolumna (W) to kolumna wartości zmiennej p.

Badany schemat nie jest schematem dedukcyjnym. W wierszu trzecim obie przesłanki są prawdziwe, a jednak wniosek jest fałszywy (dla ułatwienia w tabeli odpowiednie wartości podkreślono). Prawdziwość przesłanek nie gwarantuje zatem prawdziwości wniosku.

Przykład 6.

Sprawdźmy, czy poniższy schemat jest schematem wnioskowania dedukcyjnego.

$$p \rightarrow \sim q$$

$$q$$

$$\sim p$$

Oto odpowiednia tabela:

		(1)			(2)	(W)
p	q	p	\rightarrow	\sim q	q	\sim p
1	1	0		0	1	0
1	0	1		1	0	0
0	1	1		0	1	1
0	0	1		1	0	1

Rozważane wnioskowanie jest podobne do poprzedniego. Kolumna (1) odpowiada pierwszej przesłance, kolumna (2) – drugiej, a kolumna (W) – wnioskowi. W kolumnie (1) najpierw liczymy wartość negacji, później – implikacji. Kolumna (2) to po prostu kolumna wartości zmiennej q, a kolumna (W) to negacja wartości zmiennej p.

Badany schemat jest schematem dedukcyjnym. Obie przesłanki są prawdziwe tylko w wierszu trzecim, a w tym wierszu wniosek też jest prawdziwy. Prawdziwość przesłanek jest zatem gwarancją prawdziwości wniosku.

Wnioskowanie rozważane w zadaniu 4. przebiega według następującego schematu

$$p \rightarrow q$$

$$q \rightarrow r$$

$$\sim r$$

$$\sim p$$

Oto odpowiednia tabela:

			(1)		(2)		(3)		(W)
p	q	r	p	\rightarrow q	q	\rightarrow r	\sim r	\sim p	
1	1	1	1		1		0	0	
1	1	0	1		0		1	0	
1	0	1	0		1		0	0	
1	0	0	0		1		1	0	
0	1	1	1		1		0	1	
0	1	0	1		0		1	1	
0	0	1	1		1		0	1	
0	0	0	1		1		1	1	

Kolumna (1) odpowiada pierwszej przesłance, kolumna (2) – drugiej, kolumna (3) – trzeciej, a kolumna (W) – wnioski. W kolumnach (1) i (2) liczymy wartość odpowiedniej implikacji. W kolumnach (3) i (W) liczymy wartość odpowiedniej negacji.

Badany schemat jest schematem dedukcyjnym. Wszystkie przesłanki są prawdziwe tylko w ostatnim wierszu, a w tym wierszu wniosek też jest prawdziwy. Prawdziwość przesłanek jest zatem gwarancją prawdziwości wniosku.

B. Przykładowe ćwiczenia dydaktyczne doskonalące umiejętności z zakresu reguł poprawnego wnioskowania i uzasadniania twierdzeń



Ćwiczenie 1. Zestaw dla ucznia

Przeczytaj poniższy fragment tekstu.

Odkrycie Solaris nastąpiło niemal sto lat przed moim urodzeniem. Planeta krąży wokół dwu słońc – czerwonego i niebieskiego [...] Orbity takich planet bezustannie zmieniają się wskutek grawitacyjnej gry, zachodzącej podczas wzajemnego okrążania się pary słońc. [...]

Solaris miała według pierwotnych obliczeń zbliżyć się w ciągu pięciuset tysięcy lat na odległość połowy jednostki astronomicznej do swego czerwonego słońca, a po dalszym milionie – spaść w jego rozżarzoną otchłań.

Ale już po kilkunastu latach przekonano się, że jej tor nie wykazuje wcale oczekiwanych zmian, zupełnie jak gdyby był stały, tak stały, jak tory planet naszego układu słonecznego. [...]

Z jednej z kilkuset odkrywanych rokrocznie planet, które kilkuwierszowymi notatkami, podającymi elementy ich ruchu, zostają wciągnięte do wielkich statystyk, Solaris awansowała wówczas do rangi ciała godnego szczególnej uwagi.

Stanisław Lem, *Solaris*, Warszawa 1961.

Uzupełnij rekonstrukcję wnioskowania zawartego w powyższym tekście, tak aby otrzymane wnioskowanie było dedukcyjne. Odtwórz schemat tego rozumowania i podaj nazwę tego schematu.

Przesłanka 1: Jeśli Solaris jest typową planetą krążącą wokół dwu słońc, to jej orbita jest niestała.

Przesłanka 2:

Wniosek: Solaris nie jest typową planetą krążącą wokół dwu słońc.

Schemat wnioskowania:

.....

.....

.....

.....

Nazwa schematu wnioskowania:

.....



Ćwiczenie 1.
Rozwiązanie

Przesłanka 1: Jeśli Solaris jest typową planetą krążącą wokół dwu słońc, to jej orbita jest niestała.

Przesłanka 2: **Nieprawda, że orbita Solaris jest niestała. / Orbita Solaris nie jest niestała. / Orbita Solaris jest stała.**

Wniosek: Solaris nie jest typową planetą krążącą wokół dwu słońc.

Schemat wnioskowania:

$p \rightarrow q$

$\sim q$

$\sim p$

ALBO

Jeśli p, to q

nie q

nie p

Nazwa schematu wnioskowania: *modus tollendo tollens*.



Ćwiczenie 1.
Komentarz dla nauczyciela

Wnioskowania/rozumowania są często prezentowane w ramach szerszych wypowiedzi, takich jak teksty naukowe, popularnonaukowe, literackie lub jeszcze inne. Wtedy przesłanki oraz wniosek rozumowania są nierzadko „ukryte” pośród innych zdań tekstu i konieczna staje się rekonstrukcja rozumowania, która polega właśnie na wyraźnym wskazywaniu jego przesłanek oraz wniosku.

Rekonstrukcję rozumowania można przedstawić – przykładowo – w takiej formie:

Przesłanka 1:

Przesłanka 2:

...

Przesłanka n:

Wniosek:

Rekonstruowanie wnioskowań nie jest zadaniem ani prostym, ani dającym się mechanicznie rozwiązać. Sprawne podawanie takich rekonstrukcji wymaga przede wszystkim dobrego zrozumienia analizowanego tekstu zawierającego wnioskowanie, a to z kolei wymaga praktyki.

Pomocna może się okazać znajomość często używanych schematów, których przykłady podano w komentarzu do zadania 2 i w komentarzu do zadania 3.

W omawianym ćwiczeniu zrekonstruowane wnioskowanie powinno wyglądać następująco:

Przesłanka 1: **Jeśli Solaris jest typową planetą krążącą wokół dwu słońc, to jej orbita jest niestała.**

Przesłanka 2: **Nieprawda, że orbita Solaris jest niestała ALBO Orbita Solaris nie jest niestała ALBO Orbita Solaris jest stała.**

Wniosek: **Solaris nie jest typową planetą krążącą wokół dwu słońc.**

Dla ułatwienia zaznaczamy poniżej odpowiednim kolorem fragmenty oryginalnego tekstu odpowiadające przesłankom i wnioskowi.

Odkrycie Solaris nastąpiło niemal sto lat przed moim urodzeniem. **Planeta krąży wokół dwu słońc – czerwonego i niebieskiego [...]. Orbits takich planet bezustannie zmieniają się wskutek grawitacyjnej gry, zachodzącej podczas wzajemnego okrążania się pary słońc. [...]**

Solaris miała według pierwotnych obliczeń zbliżyć się w ciągu pięciuset tysięcy lat na odległość połowy jednostki astronomicznej do swego czerwonego słońca, a po dalszym milionie – spaść w jego rozżarzoną otchłań.

Ale już po kilkunastu latach przekonano się, że jej tor nie wykazuje wcale oczekiwanych zmian, zupełnie jak gdyby był stały, tak stały, jak tory planet naszego układu słonecznego. [...]

Z jednej z kilkuset odkrywanych rokrocznie planet, które kilkunastu notatkami, podającymi elementy ich ruchu, zostają wciągnięte do wielkich statystyk, Solaris awansowała wówczas do rangi ciała godnego szczególnej uwagi.

Oto przykładowe przyporządkowanie zmiennych:

p – Solaris jest typową planetą krążącą wokół dwu słońc.

q – Orbita Solaris jest niestała.

Zatem schemat wnioskowania to:

$p \rightarrow q$

$\sim q$

$\sim p$

Nazwa tego schematu to to *modus tollendo tollens*.

Alternatywnie można za q przyjąć zdanie „Orbita Solaris jest stała”. W takim przypadku otrzyma się schemat:

$p \rightarrow \sim q$

q

$\sim p$

Taka odpowiedź też jest poprawna, ale w jej przypadku nieco trudniejsze może się okazać dostrzeżenie, że odtworzony schemat to *modus tollendo tollens*. Aby to zauważyć, należy odnotować, że podwójna negacja jakiegoś zdania jest równoważna temu zdaniu, czyli:

$\sim \sim q \leftrightarrow q$ (prawo podwójnej negacji).



Ćwiczenie 2.
Zestaw dla ucznia

Zapoznaj się z poniższymi informacjami. Na ich podstawie rozstrzygnij, czy przytoczone wnioskowanie, które przedstawiano jako wnioskowanie dedukcyjne, jest poprawne materialnie i formalnie. Odpowiedź uzasadnij.

Informacje:

Pałac Kultury i Nauki – wysokość 237 m

Krzywa Wieża w Pizie – wysokość 55 m

Wnioskowanie:

Jeśli Pałac Kultury i Nauki ma ponad 300 metrów wysokości, to jest wyższy od Krzywej Wieży w Pizie.

Pałac Kultury i Nauki ma ponad 300 metrów wysokości.

Pałac Kultury i Nauki jest wyższy od Krzywej Wieży w Pizie.

Odpowiedź:

Uzasadnienie:

.....

.....

.....

.....

**Ćwiczenie 2.**
Rozwiązanie

Odpowiedź: Wnioskowanie jest poprawne formalnie i niepoprawne materialnie.

Uzasadnienie: Wnioskowanie jest poprawne formalnie, gdyż przebiega zgodnie ze schematem *modus ponendo ponens*, a niepoprawne materialnie, gdyż jego druga przesłanka jest fałszywa.

**Ćwiczenie 2.**
Komentarz dla nauczyciela

Wnioskowanie jest *poprawne materialnie* wtedy i tylko wtedy, gdy wszystkie jego przesłanki są prawdziwe. Jeżeli przynajmniej jedna przesłanka jest fałszywa, wnioskowanie jest niepoprawne materialnie.

Wnioskowanie, które prezentowano jako wnioskowanie dedukcyjne, jest *poprawne formalnie* wtedy i tylko wtedy, gdy faktycznie jest wnioskowaniem dedukcyjnym, a więc gdy jego wniosek wynika logicznie z jego przesłanek. Z błędem formalnym mamy do czynienia wówczas, gdy wnioskowanie jest przedstawiane jako wnioskowanie dedukcyjne, a w rzeczywistości takie nie jest (w rzeczywistości wniosek nie wynika logicznie z przesłanek).

Pewność prawdziwości wniosku można mieć tylko w przypadku rozumowań, które są poprawne zarówno materialnie, jak i formalnie. Jeżeli rozumowanie jest niepoprawne materialnie, niepoprawne formalnie, czy też jednocześnie niepoprawne formalnie i materialnie, jego wniosek może się okazać zarówno prawdziwy, jak i fałszywy.

Schemat omawianego w zadaniu wnioskowania wygląda tak:

$$p \rightarrow q$$

$$p$$

$$q$$

Jest to *modus ponendo ponens*, a więc wnioskowanie podane w zadaniu jest poprawne formalnie. W świetle podanych informacji druga przesłanka tego wnioskowania jest fałszywa, a więc wnioskowanie jest niepoprawne materialnie.