CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin maturalny** **Test diagnostyczny**
Przedmiot:	**Fizyka**
Poziom:	**Poziom rozszerzony**
Formy arkusza:	MFAP-R0-100, MFAP-R0-200, MFAP-R0-300, MFAP-R0-700, MFAP-R0-Z00.
Data publikacji dokumentu:	16 grudnia 2022 r.

Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

Gdy wymaganie dotyczy treści szkoły podstawowej, dopisano (SP), a gdy zakresu podstawowego szkoły ponadpodstawowej – dopisano (P).

Zadanie 1.1. (0–4)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024[1]	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów, rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]. II.3) opisuje ruchy postępowe, posługując się wielkościami wektorowymi: przemieszczeniem, prędkością i przyspieszeniem wraz z ich jednostkami; II.4) opisuje ruchy prostoliniowe […] jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyspieszenia oraz drogi od czasu; II.10) wskazuje siłę dośrodkową jako przyczynę ruchu jednostajnego po okręgu; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał.

Zasady oceniania[2]

4 pkt – poprawne narysowanie wektorów sił wypadkowych w punktach Y i Z (tzn. z prawidłowymi zwrotami oraz długościami) **oraz** poprawna metoda obliczenia wartości siły wypadkowej w punkcie Y (lub stosunku wartości obu sił), **oraz** podanie prawidłowego wyniku (8 umownych jednostek siły albo $\frac{F_Y}{F_Z} = 2$).

3 pkt – narysowanie wektora siły w punkcie Z skierowanego poziomo w prawo o długości 4 kratek **oraz** narysowanie wektora siły w punkcie Y skierowanego poziomo w lewo (o dowolnej długości) **oraz** skorzystanie z drugiej zasady dynamiki do wyrażenia wartości obu sił (lub stosunku tych sił), **oraz** skorzystanie ze wzoru na przyśpieszenie dośrodkowe (lub siłę dośrodkową), **oraz** skorzystanie ze związku między drogą, prędkością i przyśpieszeniem w ruchu jednostajnie zmiennym (lub skorzystanie z równań ruchu prowadzących do tego związku), np. zapisy (lub równoważne)

---

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji i Nauki z dnia 10 czerwca 2022 r. w sprawie wymagań egzaminacyjnych dla egzaminu maturalnego przeprowadzanego w roku szkolnym 2022/2023 i 2023/2024 (Dz.U. poz. 1246).
[2] Pod opisem warunków za przyznanie punktów, w niektórych przypadkach podano przykładowe zapisy, które spełniają te warunki w minimalnym stopniu (tzw. minimalne akceptowalne rozwiązanie).

1. warunek za 2 pkt oraz $\left(F_Z = ma_Z\,,\quad F_Y = \frac{mv^2}{r}\,,\quad v = a_Z t\,,\ s = \frac{1}{2}a_Z t^2\right)$

albo

1. warunek za 2 pkt oraz $\frac{F_Y}{F_Z} = \frac{a_Y}{a_Z} = \frac{\left(\frac{v^2}{\frac{1}{2}|BC|}\right)}{\left(\frac{v^2}{2|CD|}\right)}$

2 pkt – narysowanie wektora siły w punkcie Z skierowanego poziomo w prawo o długości 4 kratek **oraz** narysowanie wektora siły w punkcie Y skierowanego poziomo w lewo (o dowolnej długości) bez wykonania obliczeń uzasadniających wartość wektora

LUB

– spełnienie warunku za 1 pkt **oraz** skorzystanie z drugiej zasady dynamiki do wyrażenia wartości obu sił (lub stosunku tych sił), np. zapisy (lub równoważne)

warunek za 1 pkt oraz $(F_Z = ma_Z\ \ i\ \ F_Y = ma_Y)$

albo

warunek za 1 pkt oraz $\frac{F_Y}{F_Z} = \frac{a_Y}{a_Z}$

LUB

– poprawna metoda obliczenia wartości siły wypadkowej w punkcie Y (lub stosunku wartości obu sił) **oraz** podanie prawidłowego wyniku (8 umownych jednostek siły albo $\frac{F_Y}{F_Z} = 2$), **oraz** brak spełnienia warunku za 1 pkt, np. zapisy (lub równoważne):

$$\frac{F_Y}{F_Z} = \frac{a_Y}{a_Z} = \frac{\left(\frac{v^2}{4\ \mathrm{m}}\right)}{\left(\frac{v^2}{2\cdot 4\ \mathrm{m}}\right)} = 2$$

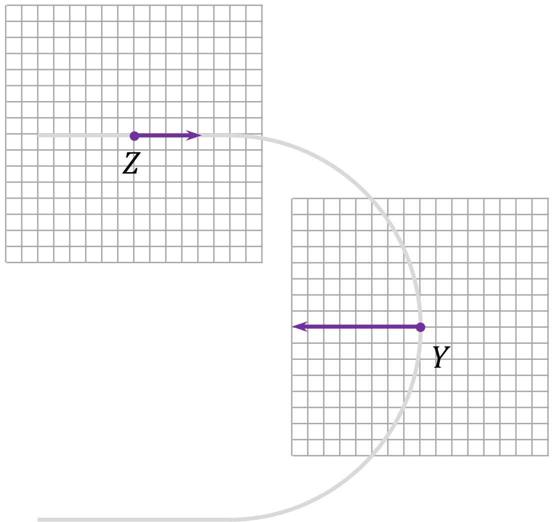
1 pkt – narysowanie wektora siły w punkcie Z skierowanego poziomo w prawo o długości 4 kratek

LUB

– narysowanie wektora siły w punkcie Y skierowanego poziomo w lewo (o dowolnej długości) bez wykonania obliczeń uzasadniających wartość wektora.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie[3]



Krok 1. Od punktu C do punktu D ciało porusza się ruchem jednostajnie opóźnionym prostoliniowym, a zatem siła wypadkowa działająca na ciało skierowana jest przeciwnie do zwrotu prędkości. Ponadto, zgodnie z informacją w zadaniu, wartość siły odpowiada 4 umownym jednostkom siły, zatem wektor ma długość 4 kratek i jest skierowany poziomo w prawo.

Krok 2. Od punktu B do punktu C ciało porusza się po fragmencie okręgu z prędkością o stałej wartości, a zatem siła wypadkowa pełni rolę dośrodkowej. To oznacza, że siła wypadkowa w punkcie Y jest skierowana do środka okręgu.

Krok 3. Obliczymy wartość siły wypadkowej w punkcie Y wyrażoną w umownych jednostkach. W tym celu wyznaczymy stosunek wartości sił wypadkowych działających na ciało w punktach Y i Z. Skorzystamy z drugiej zasady dynamiki:

$$1)\quad \frac{F_Y}{F_Z} = \frac{ma_Y}{ma_Z} = \frac{a_Y}{a_Z}$$

Przyśpieszenie w punkcie Z jest przyśpieszeniem ruchu jednostajnie opóźnionego prostoliniowego, od prędkości $v_C = v$ do prędkości $v_D = 0$ na drodze $s = |CD|$. Z równań ruchu jednostajnie opóźnionego, po wyeliminowaniu czasu, wynika że (albo z twierdzenia o pracy siły wypadkowej i zmianie energii kinetycznej):

$$2)\quad as = \frac{v^2}{2} \qquad \rightarrow \qquad a_Z = \frac{v^2}{2|CD|}$$

Przyśpieszenie w punkcie Y jest przyśpieszeniem dośrodkowym a_{do} w ruchu po półokręgu BC o promieniu $r = \frac{1}{2}|BC|$ z prędkością v. Ze wzoru na przyśpieszenie dośrodkowe wynika:

$$3)\quad a_{do} = \frac{v^2}{r} \qquad \rightarrow \qquad a_Y = \frac{v^2}{\frac{1}{2}|BC|} = \frac{2v^2}{|BC|}$$

Przyśpieszenia wyrażone w punktach 2) i 3) podstawimy do równania z punktu 1)

$$4)\quad \frac{F_Y}{F_Z} = \frac{\frac{2v^2}{|BC|}}{\frac{v^2}{2|CD|}} = \frac{4|CD|}{|BC|} \qquad \rightarrow \qquad \frac{F_Y}{F_Z} = \frac{4 \cdot 4\ \mathrm{m}}{8\ \mathrm{m}} = 2$$

$$5)\quad F_Y = 2F_Z \qquad \rightarrow \qquad F_Y = 2 \cdot 4\ \text{jednostki siły} = 8\ \text{jednostek siły}$$

Zgodnie z krokiem 2. oraz punktem 5) w kroku 3., wektor siły wypadkowej w punkcie Y jest skierowany poziomo w lewo i ma długość 8 kratek.

---

[3] Podlegające ocenie zapisy w pracy zdającego są wyszczególnione i opisane w zasadach oceniania.

Zadanie 1.2. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów, rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]. II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyspieszenia oraz drogi od czasu; II.9) stosuje do obliczeń związki między promieniem okręgu, prędkością kątową, prędkością liniową oraz przyspieszeniem dośrodkowym.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia czasu ruchu wzdłuż trzech fragmentów toru **oraz** podanie prawidłowego wyniku z jednostką.

2 pkt – poprawna metoda obliczenia czasu ruchu wzdłuż trzech fragmentów toru, tzn. dla AB – wykorzystanie wzoru na drogę w ruchu jednostajnie przyśpieszonym z prędkością początkową równą zero, dla BC – wykorzystanie wzoru na drogę w ruchu jednostajnym po półokręgu, dla CD – wykorzystanie wzoru na drogę w ruchu jednostajnie opóźnionym z prędkością końcową równą zero **oraz** poprawne określenie długości wszystkich fragmentów toru.

1 pkt – poprawna metoda obliczenia czasu ruchu wzdłuż dwóch fragmentów toru, tzn. dla AB – wykorzystanie wzoru na drogę w ruchu jednostajnie przyśpieszonym z prędkością początkową równą zero, dla BC – wykorzystanie wzoru na drogę w ruchu jednostajnym po półokręgu, dla CD – wykorzystanie wzoru na drogę w ruchu jednostajnie opóźnionym z prędkością końcową równą zero

LUB

– poprawna metoda obliczenia czasu ruchu wzdłuż jednego fragmentu toru oraz podanie prawidłowego wyniku z jednostką.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Czas ruchu ciała od punktu A do punktu D jest równy sumie czasów wzdłuż odcinka AB, wzdłuż półokręgu BC oraz wzdłuż odcinka CD:

$$t = t_{AB} + t_{BC} + t_{CD}$$

Wartość przyśpieszenia w ruchu jednostajnie przyśpieszonym wzdłuż AB jest równa wartości przyśpieszenia w ruchu opóźnionym wzdłuż CD. Ponieważ $|AB| = |CD|$ oraz prędkości skrajne mają te same wartości, to $t_{AB} = t_{CD}$. Zastosujemy wzór na drogę w ruchu jednostajnie przyśpieszonym od prędkości początkowej równej zero do prędkości końcowej o wartości v:

$$s_1 = \frac{1}{2}vt_1 \qquad \rightarrow \qquad |AB| = \frac{1}{2}vt_{AB} \qquad \rightarrow \qquad t_{AB} = \frac{2|AB|}{v}$$

$$t_{AB} = \frac{2 \cdot 4\ \mathrm{m}}{2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 4\ \mathrm{s} \qquad \text{oraz} \qquad t_{CD} = 4\ \mathrm{s}$$

Do obliczenia czasu t_{BC} zastosujemy wzór na drogę w ruchu jednostajnym po dowolnym torze. W tym przypadku torem jest półokrąg, a drogą jego długość:

$$s_2 = vt_2 \quad \rightarrow \quad \pi r = vt_{BC} \quad \rightarrow \quad \pi \cdot \frac{|BC|}{2} = vt_{BC} \quad \rightarrow \quad t_{BC} = \frac{\pi \frac{|BC|}{2}}{v}$$

$$t_{BC} \approx \frac{3{,}14 \cdot \frac{8}{2}\ \mathrm{m}}{2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 6{,}28\ s$$

Obliczymy czas ruchu ciała od punktu A do punktu D wykorzystując obliczone powyżej czasy ruchu wzdłuż odcinka AB, wzdłuż półokręgu BC oraz wzdłuż odcinka CD:

$$t = t_{AB} + t_{BC} + t_{CD} \approx 4\ \mathrm{s} + 6{,}28\ \mathrm{s} + 4\ \mathrm{s} \qquad \rightarrow \qquad t \approx 14{,}28\ \mathrm{s} \approx 14{,}3\ \mathrm{s}$$

Zadanie 2. (0–4)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.15) wykorzystuje zasadę zachowania pędu do opisu zachowania się izolowanego układu ciał; II.16) rozróżnia i analizuje zderzenia sprężyste i niesprężyste; II.20) posługuje się pojęciami […] energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń.

Zasady oceniania

4 pkt – poprawne powołanie się na własność zderzenia sprężystego **oraz** poprawna metoda wykazania równości całkowitych energii kinetycznych, z poprawnym wykorzystaniem zasady zachowania pędu całkowitego układu.

3 pkt – powołanie się na własność zderzenia sprężystego **oraz** zapisanie równości całkowitych energii kinetycznych przed i po zderzeniu, **oraz** zapisanie poprawnych wyrażeń opisujących całkowitą energię kinetyczną układu przed zderzeniem i całkowitą energię kinetyczną układu po zderzeniu, **oraz** zapisanie równości pędów całkowitych układu przed zderzeniem i po z uwzględnieniem poprawnych wyrażeń opisujących całkowity pęd układu przed zderzeniem i całkowity pęd układu po zderzeniu **oraz** poprawne podstawienie wartości liczbowych z uwzględnieniem odpowiednich znaków, np. zapisy (lub równoważne):

(Jeśli $\frac{1}{2}m_1 \cdot 2^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} + \frac{1}{2}m_2 \cdot 4^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = \frac{1}{2}m_1 \cdot 1^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} + \frac{1}{2}m_2 \cdot 5^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$ to zderzenie jest sprężyste) oraz $\left(m_1 \cdot 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + m_2 \cdot (-4)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = m_1 \cdot (-1)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + m_2 \cdot 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \right)$

2 pkt – powołanie się na własność zderzenia sprężystego **oraz** zapisanie równości całkowitych energii kinetycznych przed i po zderzeniu, **oraz** zapisanie poprawnych wyrażeń opisujących całkowitą energię kinetyczną układu przed zderzeniem i całkowitą energię kinetyczną układu po zderzeniu, **oraz** zastosowanie zasady zachowania pędu, np. zapisy (lub równoważne):

Jeśli $\frac{1}{2}m_1 v_{1\,przed}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2\,przed}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{1\,po}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2\,po}^2$ to zderzenie jest sprężyste

oraz $\vec{p}_{przed} = \vec{p}_{po}$

LUB

– zastosowanie zasady zachowania pędu do obliczenia stosunku mas, tzn. zapisanie równości pędów całkowitych układu przed zderzeniem i po zderzeniu **oraz** zapisanie poprawnych wyrażeń opisujących całkowity pęd układu przed zderzeniem i całkowity pęd układu po zderzeniu oraz poprawne podstawienie wartości liczbowych z uwzględnieniem odpowiednich znaków, np. zapisy (lub równoważne):

$m_1 \cdot 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + m_2 \cdot (-4)\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = m_1 \cdot (-1)\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + m_2 \cdot 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

1 pkt – zastosowanie strategii rozwiązania, której celem jest sprawdzenie, czy całkowita energia kinetyczna zostanie zachowana przy zderzeniu, czy też nie (z zapisów musi to wynikać) **oraz** powołanie się na własność zderzenia sprężystego, np. zapisy (lub równoważne):

Jeśli $E_{kin\,przed} = E_{kin\,po}$ to zderzenie jest sprężyste

albo

Zderzenie jest doskonale sprężyste w tym przypadku, gdy całkowita energia kinetyczna układu przed zderzeniem jest równa całkowitej energii kinetycznej układu po zderzeniu

LUB

– zapisanie równości całkowitych energii kinetycznych (bez powołania się na własność zderzenia sprężystego) oraz zapisanie poprawnych wyrażeń opisujących całkowitą energię kinetyczną układu przed zderzeniem i całkowitą energię kinetyczną układu po zderzeniu, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\frac{1}{2}m_1 v_{1\,przed}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2\,przed}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{1\,po}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2\,po}^2$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga dodatkowa

Powołanie się na własność zderzenia doskonale sprężystego, o którym mowa w zasadach oceniania, może nastąpić na dowolnym etapie rozwiązania, np. może wystąpić wprost dopiero w odpowiedzi albo może wynikać z podanej odpowiedzi.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zderzenie jest doskonale sprężyste wtedy, gdy całkowita energia mechaniczna (w tym przypadku energia kinetyczna) układu przed zderzeniem jest równa całkowitej energii mechanicznej (w tym przypadku energii kinetycznej) układu po zderzeniu. Należy zatem sprawdzić, czy prawdziwa jest równość:

$$1)\ E_{kin\,przed} = E_{kin\,po}\ ?$$

gdzie:

$$2)\ E_{kin\,przed} = \frac{1}{2}m_1 v_{1\,przed}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2\,przed}^2$$

$$3)\ E_{kin\,po} = \frac{1}{2}m_1 v_{1\,po}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2\,po}^2$$

Żeby sprawdzić, czy spełniony jest warunek 1), to oprócz wartości prędkości musimy znać masy kul. Zauważmy, że jeśli energie kinetyczne przed zderzeniem i po zderzeniu są sobie równe, to także energie kinetyczne podzielone przez jedną z mas (np. m_1) będą sobie równe:

$$4)\ \frac{E_{kin\,przed}}{m_1} = \frac{E_{kin\,po}}{m_1}\ ?$$

$$5)\ \frac{E_{kin\,przed}}{m_1} = \frac{1}{2}v_{1\,przed}^2 + \frac{1}{2}\frac{m_2}{m_1}\ v_{2\,przed}^2$$

$$6)\ \frac{E_{kin\,po}}{m_1} = \frac{1}{2}v_{1\,po}^2 + \frac{1}{2}\frac{m_2}{m_1}v_{2\,po}^2$$

Zatem wystarczy znać stosunek $\frac{m_2}{m_1}$ mas tych kul, który obliczymy, wykorzystując zasadę zachowania pędu układu kul:

$$\vec{p}_{przed} = \vec{p}_{po}$$

$$m_1 \cdot 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + m_2 \cdot (-4)\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = m_1 \cdot (-1)\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + m_2 \cdot 5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$3m_1 = 9m_2 \quad \rightarrow \quad \frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{3}$$

Podstawiamy stosunek mas kul do równań 5) i 6) oraz sprawdzimy, czy zachodzi równość 4) (równoważna 1)).

$$\frac{E_{kin\,przed}}{m_1} = \frac{1}{2}\cdot 2^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot 4^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = 4\frac{2}{3}\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$$

$$\frac{E_{kin\,po}}{m_1} = \frac{1}{2}\cdot 1^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot 5^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = 4\frac{2}{3}\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$$

Z powyższego wynika, że warunek 1) jest spełniony. To oznacza, że zderzenie jest doskonale sprężyste.

Zadanie 3.1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. III.2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi; III.3) […] posługuje się pojęciem momentu sił wraz z jednostką; III.4) stosuje zasady dynamiki dla ruchu obrotowego; posługuje się pojęciami przyspieszenia kątowego […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
A

Zadanie 3.2. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. II.11) opisuje ruch niejednostajny po okręgu; II.20) posługuje się pojęciami […] energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. III.2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi; III.5) oblicza energię ruchu bryły sztywnej jako sumę energii kinetycznej ruchu postępowego środka masy i ruchu obrotowego wokół osi przechodzącej przez środek masy.

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
PPF

Zadanie 3.3. (0–4)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. II.20) posługuje się pojęciami […] energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. III.2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi; III.4) […] posługuje się pojęciami […] momentu bezwładności jako wielkości zależnej od rozkładu mas, wraz z ich jednostkami; III.5) oblicza energię ruchu bryły sztywnej jako sumę energii kinetycznej ruchu postępowego środka masy i ruchu obrotowego wokół osi przechodzącej przez środek masy.

Zasady oceniania
4 pkt – poprawna metoda wyznaczenia ilorazu wartości prędkości końcowej punktu B pręta i wartości prędkości kulki **oraz** podanie prawidłowej wartości tego ilorazu.
3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia prędkości końcowej punktu B pręta (tzn. spełnienie pierwszego warunku za 2 pkt) **oraz** prawidłowa postać wzoru na prędkość, tzn.:

poprawna metoda wyznaczenia v_B $\quad \rightarrow \quad$ $v_B = \sqrt{3gl\sin\alpha_0}$

LUB

– poprawna metoda wyznaczenia prędkości końcowej punktu B pręta (tzn. spełnienie pierwszego warunku za 2 pkt) **oraz** poprawna metoda wyznaczenia prędkości końcowej kulki (tzn. spełniony drugi lub trzeci warunek za 1 pkt).

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia prędkości końcowej punktu B pręta, tzn. zapisanie zasady zachowania energii mechanicznej dla pręta z uwzględnieniem wzoru na energię kinetyczną ruchu obrotowego względem punktu A (albo wzoru na energię kinetyczną ruchu obrotowego względem punktu S i wzoru na energię kinetyczną ruchu postępowego) **oraz** wzoru na energię potencjalną uwzględniającego wysokość

środka masy pręta, **oraz** związku między prędkością kątową pręta a prędkością liniową punktu B (albo S), np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$\left(\frac{1}{2}I_A\omega^2 = mgh_S \quad \text{oraz} \quad v_B = \omega l\right)$ albo $\frac{1}{2}I_A\left(\frac{v_B}{l}\right)^2 = mg\left(\frac{l}{2}\right)\sin\alpha_o$

albo

$\frac{1}{2}I_S\omega^2 + \frac{1}{2}mv_S^2 = mgh_S$ oraz $v_S = \omega\frac{l}{2}$

LUB

– poprawne zapisanie zasady zachowania energii mechanicznej dla pręta z uwzględnieniem (dającym się zidentyfikować np. poprzez oznaczenie) energii kinetycznej ruchu obrotowego względem punktu A (lub ruchu obrotowego względem S i ruchu postępowego) **oraz** wzoru na energię potencjalną uwzględniającego wysokość środka masy pręta **oraz** poprawna metoda wyznaczenia prędkości końcowej kulki (tzn. spełniony drugi lub trzeci warunek za 1 pkt), np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$E_{kin\ obr\ A} = mgh_S$ oraz $m_kgh_B = \frac{1}{2}m_kv_k^2$

albo

$E_{kin\ obr\ S} + E_{kin\ post\ S} = mgh_S$ oraz $m_kgh_B = \frac{1}{2}m_kv_k^2$

1 pkt – poprawne zapisanie zasady zachowania energii mechanicznej dla pręta z uwzględnieniem (dającym się zidentyfikować np. poprzez oznaczenie) energii kinetycznej ruchu obrotowego względem punktu A, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$\frac{1}{2}I_A\omega^2 = E_{pot}$ albo $E_{kin\ obr\ A} = E_{pot}$

LUB

– poprawne zapisanie zasady zachowania energii mechanicznej dla pręta z uwzględnieniem (dającym się zidentyfikować np. poprzez oznaczenie) energii kinetycznej ruchu obrotowego względem punktu S i energii kinetycznej ruchu postępowego, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$\frac{1}{2}I_S\omega^2 + \frac{1}{2}mv_S^2 = E_{pot}$ albo $E_{kin\ obr\ S} + E_{kin\ post\ S} = E_{pot\ S}$

LUB

– poprawne zapisanie zasady zachowania energii mechanicznej dla kulki z uwzględnieniem wzorów na energię kinetyczną kulki oraz energię potencjalną kulki, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$m_kgh_B = \frac{1}{2}m_kv_k^2$

LUB

– poprawne zapisanie równań ruchu jednostajnie przyśpieszonego kulki prowadzących do wyznaczenia prędkości z wyeliminowanym czasem albo zapisanie związku między prędkością a przyśpieszeniem i wysokością, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$\left(v_k = gt \quad \text{i} \quad h = \frac{1}{2}gt^2\right)$ albo $v_k^2 = 2gh$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.

Skorzystamy z zasady zachowania energii podczas ruchu bryły sztywnej. Energia kinetyczna bryły jest równa sumie energii kinetycznej ruchu postępowego punktu środka masy i ruchu obrotowego względem środka masy. Energia potencjalna bryły to energia potencjalna punktu środka masy (któremu przypisujemy całą masę bryły). Zatem:

$$1)\quad E_{kin\,obr\,S} + E_{kin\,post\,S} = E_{pot\,S}$$

Skorzystamy ze wzorów na energię kinetyczną ruchu obrotowego względem danej osi, ruchu postępowego i energię potencjalną w jednorodnym polu grawitacyjnym:

$$2)\quad \frac{1}{2}I_S\omega^2 + \frac{1}{2}mv_S^2 = mgh_S \qquad \rightarrow \quad 3)\quad \frac{1}{2}I_S\omega^2 + \frac{1}{2}mv_S^2 = mg\left(\frac{l}{2}\right)\sin\alpha_o$$

Skorzystamy ze związku między prędkością kątową ω a prędkością liniową v_S punktu S oraz ze związku między prędkością kątową ω a prędkością liniową v_B punktu B oraz ze wzoru na moment bezwładności względem punktu S.

$$4)\quad v_S = \omega\frac{l}{2} \quad \text{oraz} \quad v_B = \omega l \quad \text{oraz} \quad I_S = \frac{1}{12}ml^2$$

Związki zapisane w punkcie 4) podstawimy do równania 3) i wykonamy przekształcenia:

$$5a)\quad \frac{1}{2}I_S\omega^2 + \frac{1}{2}mv_S^2 = mg\left(\frac{l}{2}\right)\sin\alpha_o \quad \rightarrow$$

$$5b)\quad \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{12}ml^2\omega^2 + \frac{1}{2}m\left(\omega\frac{l}{2}\right)^2 = mg\left(\frac{l}{2}\right)\sin\alpha_o \quad \rightarrow$$

$$5c)\quad \frac{1}{6}ml^2\omega^2 = mg\left(\frac{l}{2}\right)\sin\alpha_o \quad \rightarrow$$

$$6)\quad \frac{1}{3}{v_B}^2 = gl\sin\alpha_o$$

Ostatecznie otrzymujemy wzór na prędkość końcową punktu B:

$$7)\quad v_B = \sqrt{3gl\sin\alpha_0}$$

Obliczymy prędkość końcowa kulki. Zastosujemy zasadę zachowania energii do wyznaczenia prędkości, z jaką kulka opadnie na podłoże opuszczona z wysokości początkowego położenia punktu B. Kulkę traktujemy jako punkt materialny, zatem:

$$8)\quad m_k g h_B = \frac{1}{2}m_k v_k^2 \qquad \rightarrow \qquad 9)\quad gl\sin\alpha_0 = \frac{1}{2}v_k^2$$

Ostatecznie otrzymujemy wzór na prędkość końcową kulki:

$$10)\quad v_k = \sqrt{2gl\sin\alpha_0}$$

Na podstawie wzorów 7) i 10) obliczymy iloraz wartości prędkości:

$$11)\quad \frac{v_B}{v_k} = \frac{\sqrt{3gl\sin\alpha_0}}{\sqrt{2gl\sin\alpha_0}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \approx 1{,}22$$

Sposób 2.

Skorzystamy z zasady zachowania energii podczas ruchu bryły sztywnej. Energia kinetyczna bryły jest równa energii kinetycznej ruchu obrotowego bryły względem nieruchomego punktu A. Energia potencjalna bryły to energia potencjalna punktu środka masy (któremu przypisujemy całą masę bryły). Zatem:

$$1)\quad E_{kin\,obr\,A} = E_{pot\,S}$$

Skorzystamy ze wzorów na energię kinetyczną ruchu obrotowego względem danej osi i energię potencjalną w jednorodnym polu grawitacyjnym:

$$2)\quad \frac{1}{2}I_A\omega^2 = mgh_S \qquad \rightarrow \qquad 3)\quad \frac{1}{2}I_A\omega^2 = mg\left(\frac{l}{2}\right)\sin\alpha_o$$

Skorzystamy ze związku między prędkością kątową ω a prędkością liniową v_B punktu B oraz ze wzoru na moment bezwładności względem punktu A.

$$4)\quad v_B = \omega l \qquad \text{oraz} \qquad I_A = \frac{1}{3}ml^2$$

Związki zapisane w punkcie 4) podstawimy do równania 3) i wykonamy przekształcenia:

$$5)\quad \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}ml^2\cdot\left(\frac{v_B}{l}\right)^2 = mg\left(\frac{l}{2}\right)\sin\alpha_o \qquad \rightarrow \qquad 6)\quad \frac{1}{3}{v_B}^2 = gl\sin\alpha_o$$

Ostatecznie otrzymujemy wzór na prędkość końcową punktu B:

$$7)\quad v_B = \sqrt{3gl\sin\alpha_0}$$

Obliczymy prędkość końcową kulki. Zastosujemy zasadę zachowania energii do wyznaczenia prędkości, z jaką kulka opadnie na podłoże opuszczona z wysokości początkowego położenia punktu B. Kulkę traktujemy jako punkt materialny, zatem:

$$8)\quad m_k g h_B = \frac{1}{2}m_k v_k^2 \qquad \rightarrow \qquad 9)\quad gl\sin\alpha_0 = \frac{1}{2}v_k^2$$

$$10)\quad v_k = \sqrt{2gl\sin\alpha_0}$$

Na podstawie wzorów 7) i 10) obliczymy iloraz wartości prędkości:

$$11)\quad \frac{v_B}{v_k} = \frac{\sqrt{3gl\sin\alpha_0}}{\sqrt{2gl\sin\alpha_0}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \approx 1{,}22$$

Zadanie 4.1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: IV.5) […] stosuje do obliczeń III prawo Keplera dla orbit kołowych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 4.2. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.20) posługuje się pojęciami […] energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. IV.7) oblicza zmiany energii potencjalnej grawitacji i stosuje zasadę zachowania energii do ruchu orbitalnego […].

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne zapisanie trzech relacji.
1 pkt – poprawne zapisanie dwóch relacji.
0 pkt – niepoprawne zapisanie dwóch albo trzech relacji albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie

$$E_{kinA} \ \ldots\ldots > \ldots\ldots \ E_{kinB}$$
$$E_{potA} \ \ldots\ldots < \ldots\ldots \ E_{potB}$$
$$E_{mechA} \ \ldots\ldots < \ldots\ldots \ E_{mechB}$$

Zadanie 4.3. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: IV.3) analizuje jakościowo wpływ siły grawitacji Słońca na niejednostajny ruch planet po orbitach eliptycznych i siły grawitacji planet na ruch ich księżyców; IV.4) wskazuje siłę grawitacji jako siłę dośrodkową w ruchu po orbicie kołowej, oblicza wartość prędkości na orbicie kołowej o dowolnym promieniu; omawia ruch satelitów wokół Ziemi; IV.6) interpretuje II prawo Keplera jako konsekwencję zasady zachowania momentu pędu.

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
PPF

Zadanie 4.4. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.20) posługuje się pojęciami pracy mechanicznej, mocy, energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. IV.4) wskazuje siłę grawitacji jako siłę dośrodkową w ruchu po orbicie kołowej, oblicza wartość prędkości na orbicie kołowej o dowolnym promieniu […]; IV.7) oblicza zmiany energii potencjalnej grawitacji i stosuje zasadę zachowania energii do ruchu orbitalnego […].

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wyrażenia na pracę siły ciągu silników **oraz** podanie prawidłowej postaci tego wyrażenia (jak w wyrażeniu 7) w przykładowym rozwiązaniu)

2 pkt – zapisanie pracy siły ciągu jako różnicy energii mechanicznych satelity na orbitach **oraz** zapisanie energii mechanicznej jako sumę energii kinetycznej i potencjalnej grawitacji z uwzględnieniem wyrażeń na te energie **oraz** identyfikacja siły grawitacji jako siły dośrodkowej z uwzględnieniem wyrażeń na te siły (lub zapisanie wzoru na prędkość orbitalną), np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$W_{AB} = E_B - E_A \quad \text{oraz} \quad E_A = \frac{1}{2}mv_A^2 + \left(-\frac{GM_Z m}{r_A}\right) \quad \text{oraz} \quad \frac{mv_A^2}{r_A} = \frac{GM_Z m}{r_A^2}$$

LUB

– poprawna metoda wyprowadzenia wzoru (z wyeliminowaną) prędkością na energię mechaniczną satelity na orbicie (tzn. zapisanie energii mechanicznej jako sumę energii kinetycznej i potencjalnej grawitacji z uwzględnieniem wyrażeń na te energie **oraz** identyfikacja siły grawitacji jako siły dośrodkowej z uwzględnieniem wyrażeń na te siły (lub zapisanie wzoru na prędkość orbitalną)) **oraz** podanie prawidłowego wyrażenia, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$E_A = \frac{1}{2}mv_A^2 + \left(-\frac{GM_Z m}{r_A}\right) \quad \text{oraz} \quad \frac{mv_A^2}{r_A} = \frac{GM_Z m}{r_A^2} \quad \text{oraz} \quad E_A = -\frac{1}{2}\frac{GM_Z m}{r_A}$$

1 pkt – zapisanie pracy siły ciągu jako różnicy energii mechanicznych satelity na orbitach **oraz** zapisanie energii mechanicznej jako sumę energii kinetycznej i potencjalnej grawitacji, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$W_{AB} = E_B - E_A \quad \text{oraz} \quad E_A = E_{kin\,A} + E_{pot\,A}$$

LUB

– zapisanie energii mechanicznej jako sumę energii kinetycznej i potencjalnej grawitacji **oraz** identyfikacja siły grawitacji jako siły dośrodkowej, np. zapisy (lub równoważne):

$$E_A = E_{kin\,A} + E_{pot\,A} \quad \text{oraz} \quad F_{do} = F_g$$

LUB

– zapisanie dla orbity $\mathcal{A}$ lub $\mathcal{B}$ energii mechanicznej jako sumę energii kinetycznej i potencjalnej grawitacji **oraz** poprawne zapisanie wyrażeń na energię kinetyczną i potencjalną grawitacji, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$E_A = \frac{1}{2}mv_A^2 + \left(-\frac{GM_Z m}{r_A}\right)$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Praca, jaką wykonała siła ciągu silników podczas przemieszczania satelity S_A z orbity $\mathcal{A}$ na orbitę $\mathcal{B}$, jest równa różnicy energii mechanicznych E_B i E_A, jakie ma ten satelita, gdy porusza się swobodnie po orbitach $\mathcal{A}$ i $\mathcal{B}$:

$$1)\quad W_{AB} = E_B - E_A$$

Wyprowadzimy wyrażenie na energię mechaniczną, gdy satelity S_A porusza się swobodnie z prędkością v_A po orbicie kołowej $\mathcal{A}$ o promieniu r_A (analogicznie będzie dla orbity $\mathcal{B}$). Energia mechaniczna jest równa sumie energii kinetycznej i potencjalnej grawitacji:

$$2)\quad E_A = E_{kin\ A} + E_{pot\ A} = \frac{1}{2}mv_A^2 + \left(-\frac{GM_Z m}{r_A}\right)$$

Wykorzystamy fakt, że siła grawitacji pełni rolę siły dośrodkowej:

$$3)\quad \frac{mv_A^2}{r_A} = \frac{GM_Z m}{r_A^2} \qquad \rightarrow \quad 4)\quad mv_A^2 = \frac{GM_Z m}{r_A}$$

Zależność 4) podstawimy do wzoru 2) na energię mechaniczną (w miejsce mv_A^2):

$$5)\quad E_A = \frac{1}{2}\frac{GM_Z m}{r_A} - \frac{GM_Z m}{r_A} = -\frac{1}{2}\frac{GM_Z m}{r_A}$$

Analogicznie wyprowadzilibyśmy wzór na energię mechaniczną satelity na orbicie $\mathcal{B}$:

$$6)\quad E_B = -\frac{1}{2}\frac{GM_Z m}{r_B}$$

Wzory 5) i 6) podstawimy do wyrażenia 1) na pracę siły ciągu silników:

$$7)\quad W_{AB} = -\frac{1}{2}\frac{GM_Z m}{r_B} - \left(-\frac{1}{2}\frac{GM_Z m}{r_A}\right) = \frac{GM_Z m}{2}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

Zadanie 5.1. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. VI.7) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: izotermiczną […]; VI.9) opisuje związek pomiędzy temperaturą w skali Kelvina a […] energią wewnętrzną gazu doskonałego; VI.10) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego; VI.11) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu.

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
PFF

Zadanie 5.2. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. VI.7) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: izotermiczną […]; VI.10) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego; VI.11) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia ciepła całkowitego wymienionego przez gaz z otoczeniem w przemianie $\mathcal{B}$ **oraz** podanie prawidłowego wyniku z jednostką.

2 pkt – zapisanie I zasady termodynamiki dla przemiany $\mathcal{B}$ z uwzględnieniem ciepła oddanego i pobranego **oraz** zapisanie (lub uwzględnienie w zapisie I zasady termodynamiki), że zmiana energii wewnętrznej jest równa zero (albo że energie wewnętrzne w stanach X i Y są sobie równe), **oraz** użycie poprawnej metody do obliczenia pracy siły parcia, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$\Delta U_{\mathcal{B}} = |Q_{\mathcal{B}\,pob}| - |Q_{\mathcal{B}\,odd}| - |W_{\mathcal{B}}|$ oraz $U_X = U_Y$ oraz

$|W_{\mathcal{B}}| =$ pole figury pod wykresem $\mathcal{B}$

albo

$|Q_{\mathcal{B}\,pob}| - |Q_{\mathcal{B}\,odd}| = |W_{\mathcal{B}}|$ oraz $|W_{\mathcal{B}}| =$ pole figury pod wykresem $\mathcal{B}$

1 pkt – zapisanie I zasady termodynamiki dla przemiany $\mathcal{B}$ z uwzględnieniem ciepła oddanego i pobranego **oraz** zapisanie (lub uwzględnienie w zapisie I zasady termodynamiki), że zmiana energii wewnętrznej jest równa zero (albo że energie wewnętrzne/temperatury w stanach X i Y są sobie równe), np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$\Delta U_{\mathcal{B}} = |Q_{\mathcal{B}\,pob}| - |Q_{\mathcal{B}\,odd}| - |W_{\mathcal{B}}|$ oraz $U_X = U_Y$

albo

$\Delta U_{\mathcal{B}} = |Q_{\mathcal{B}\,pob}| - |Q_{\mathcal{B}\,odd}| - |W_{\mathcal{B}}|$ oraz $T_X = T_Y$

albo

$|Q_{\mathcal{B}\,pob}| - |Q_{\mathcal{B}\,odd}| = |W_{\mathcal{B}}|$

LUB

– zapisanie I zasady termodynamiki dla przemiany $\mathcal{B}$ z uwzględnieniem ciepła oddanego i pobranego **oraz** zastosowanie poprawnej metody obliczenia pracy siły parcia, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$\Delta U_{\mathcal{B}} = |Q_{\mathcal{B}\,pob}| - |Q_{\mathcal{B}\,odd}| - |W_{\mathcal{B}}|$ oraz $|W_{\mathcal{B}}| =$ pole figury pod wykresem $\mathcal{B}$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Do obliczenia ciepła wykorzystamy I zasadę termodynamiki dla przemiany $\mathcal{B}$:

$$1)\quad \Delta U_{\mathcal{B}} = |Q_{\mathcal{B}\,pob}| - |Q_{\mathcal{B}\,odd}| - |W_{\mathcal{B}}|$$

Zgodnie z przyjętą konwencją, pracę siły parcia oraz ciepło oddane oznaczyliśmy ze znakiem minus, ponieważ gaz traci energię gdy się rozpręża i gdy oddaje ciepło. Zauważmy, że zmiana energii wewnętrznej zależy tylko od stanu początkowego i końcowego:

$$2)\quad \Delta U_{\mathcal{B}} = \Delta U_{XY} = U_Y - U_X$$

Zależność energii wewnętrznej gazu doskonałego od temperatury wyraża wzór: $U = nc_VT$.
Zgodnie z równaniem stanu gazu, temperatury w stanach X oraz Y dane są wyrażeniami:

$$3)\quad T_X = \frac{p_X V_X}{nR} = \frac{p_1 V_1}{nR} \qquad \text{oraz} \qquad 4)\quad T_Y = \frac{p_Y V_Y}{nR} = \frac{0{,}5p_1 \cdot 2V_1}{nR} = \frac{p_1 V_1}{nR}$$

Z równań 3) i 4) wynika, że temperatury w obu stanach są takie same, a zatem i energie wewnętrzne w tych stanach są takie same. To oznacza, że zmiana energii wewnętrznej jest równa zero:

$$5)\quad T_X = T_Y \quad \rightarrow \quad 6)\quad U_X = U_Y \quad \rightarrow \quad 7)\quad \Delta U_{XY} = 0$$

Zależność 7) uwzględnimy w równaniu 1):

$$8)\quad 0 = |Q_{\mathcal{B}\,pob}| - |Q_{\mathcal{B}\,odd}| - |W_{\mathcal{B}}| \quad \rightarrow \quad 9)\quad |Q_{\mathcal{B}\,pob}| - |Q_{\mathcal{B}\,odd}| = |W_{\mathcal{B}}|$$

Pracę siły parcia obliczymy, wykorzystując podany w *Wybranych wzorach […]* (strona 17) związek pracy siły parcia z polem pod wykresem zależności $p(V)$.

$$10)\quad |Q_{\mathcal{B}\,pob}| - |Q_{\mathcal{B}\,odd}| = |W_{\mathcal{B}}| = \text{pole figury pod wykresem } \mathcal{B}$$

Figurą pod wykresem przemiany $\mathcal{B}$ jest trapez, zatem

$$11)\quad |Q_{\mathcal{B}\,pob}| - |Q_{\mathcal{B}\,odd}| = \frac{1}{2}(p_1 + 0{,}5p_1)(2V_1 - V_1)$$

$$12)\quad |Q_{\mathcal{B}\,pob}| = |Q_{\mathcal{B}\,odd}| + \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}p_1V_1 \approx 0{,}094\ \text{J} + \frac{3}{4}\cdot 6{,}0\ \text{J} \approx 4{,}6\ \text{J}$$

Zadanie 5.3. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. VI.7) […] rozróżnia przemiany: izotermiczną […]; VI.10) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego; VI.11) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda wykazania, że temperatura w przemianie $\mathcal{B}$ przekracza 350 K, tzn.: (1) zapisanie związku między temperaturą a iloczynem pV, (2) stwierdzenie, że iloczyn pV jest większy (albo większy-równy) dla punktów na wykresie $\mathcal{B}$, (3) obliczenie temperatury w przemianie izotermicznej **oraz** zapisanie wniosku wynikającego z (1)–(3).

2 pkt – zapisanie związku między temperaturą a iloczynem pV **oraz** zapisanie, że ten iloczyn obliczony dla punktów na wykresie $\mathcal{B}$ jest większy (albo większy-równy) od iloczynu obliczonego dla punktów na wykresie $\mathcal{A}$ **oraz** poprawna metoda obliczenia temperatury w przemianie izotermicznej, np. zapisy lub (zapisy równoważne):

$pV \propto T$ oraz $p_B V_B \geq p_A V_A$ oraz $nRT_A = p_1 V_1$

1 pkt – zapisanie związku między temperaturą a iloczynem pV **oraz** zapisanie, że ten iloczyn obliczony dla punktów na wykresie $\mathcal{B}$ jest większy od iloczynu obliczonego dla punktów na wykresie $\mathcal{A}$ (poza punktami X, Y), np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$pV \propto T$ oraz $p_B V_B > p_A V_A$

LUB

– poprawna metoda obliczenia temperatury w przemianie izotermicznej, tzn. poprawne zastosowanie równania stanu gazu doskonałego, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$T_A = \frac{p_1 V_1}{nR}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zgodnie z równaniem stanu gazu doskonałego, temperatura jest proporcjonalna do iloczynu ciśnienia i objętości. Zatem dla każdego stanu w przemianie $\mathcal{A}$ i każdego stanu w przemianie $\mathcal{B}$ mamy:

$$1)\quad p_A V_A \propto T_A \qquad \text{oraz} \qquad p_B V_B \propto T_B$$

Ponadto przemiana $\mathcal{A}$ jest izotermiczna, zatem:

$$2)\quad T_A = \mathrm{const} \propto p_1 V_1$$

Zauważmy, że dla każdego punktu na wykresie $\mathcal{B}$ i każdego punktu na wykresie $\mathcal{A}$ – poza wspólnymi punktami X, Y – mamy:

$$3)\quad p_B V_B > p_A V_A = p_1 V_1 \qquad \text{zatem} \qquad 4)\quad T_B > T_A$$

Natomiast w punktach X oraz Y mamy równość iloczynów:

$$5)\quad p_{BX} V_{BX} = p_{AX} V_{AX} = p_{BY} V_{BY} = p_{AY} V_{AY} = p_1 V_1$$

Na podstawie punktów 3)–5) stwierdzamy, że dla każdego stanu w obu przemianach zachodzi:

$$6)\quad T_B \geq T_A$$

Obliczymy temperaturę T_A w przemianie izotermicznej. W tym celu wystarczy obliczyć temperaturę w stanie X:

$$7)\quad T_A = T_X = \frac{p_X V_X}{nR}$$

Zatem:

$$8)\quad T_A = \frac{p_1 V_1}{nR} = \frac{6{,}0\ \mathrm{J}}{0{,}0020\ \mathrm{mol} \cdot 8{,}31\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K \cdot mol}}} \approx 361,\ldots\ \mathrm{K} \approx 360\ \mathrm{K}$$

Wartość temperatury obliczoną w punkcie 8) uwzględnimy w relacji 6):

$$9)\quad T_B \geq 360\ \mathrm{K} > 350\ \mathrm{K} \qquad \text{dla każdego stanu w przemianie } \mathcal{B}$$

To oznacza, że temperatura gazu w każdym stanie przemiany $\mathcal{B}$ przekracza $350\ \mathrm{K}$

Zadanie 6.1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […], wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. VIII.4) rozróżnia metale i półprzewodniki; omawia zależność oporu od temperatury dla metali i półprzewodników.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
B2

Zadanie 6.2. (0–4)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […], wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. VIII.6) analizuje charakterystykę prądowo-napięciową elementów obwodu (zgodną lub niezgodną z prawem Ohma); VIII.8) stosuje do obliczeń związek mocy wydzielonej na oporniku (ciepła Joule'a-Lenza) z natężeniem prądu i oporem oraz napięciem i oporem; VIII.11) analizuje dodawanie i odejmowanie napięć w obwodzie z uwzględnieniem źródeł i odbiorników energii (II prawo Kirchhoffa).

Zasady oceniania
4 pkt – poprawna metoda obliczenia mocy elektrycznej, jaka wydziela się na wszystkich elementach obwodu **oraz** zapisanie prawidłowej wartości liczbowej z jednostką.
3 pkt – poprawne zapisanie wyrażenia na moc elektryczną, jaka wydziela się na wszystkich elementach obwodu, z uwzględnieniem związków między mocą wydzielaną na danym elemencie (lub całym obwodzie) a napięciem i natężeniem prądu przepływającego przez dany element (lub cały obwód) **oraz** poprawna metoda

obliczenia napięcia na pojedynczej diodzie, tzn. zapisanie równania z samymi napięciami **oraz** zapisanie poprawnego wyniku dla tego napięcia **oraz** odczytanie z wykresu i zapisanie prawidłowej wartości natężenia prądu przepływającego przez diodę, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$P_{calkowita} = 3(U_R I_1 + 4U_D I_1)$ oraz $U_D = \frac{U - U_R}{4} = 2{,}2\ \mathrm{V}$ oraz $I_1 = 16\ \mathrm{mA}$

albo

$P_{calkowita} = U \cdot 3I_1$ oraz $U_D = \frac{U - U_R}{4} = 2{,}2\ \mathrm{V}$ oraz $I_1 = 16\ \mathrm{mA}$

2 pkt – poprawne zapisanie wyrażenia na moc elektryczną, jaka wydziela się na wszystkich elementach obwodu, z uwzględnieniem związków między mocą wydzielaną na danym elemencie (lub całym obwodzie) a napięciem i natężeniem prądu przepływającego przez dany element (lub cały obwód) **oraz** poprawna metoda obliczenia napięcia na pojedynczej diodzie, tzn. zapisanie równania z samymi napięciami, wynikającego z II prawa Kirchhoffa, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$P_{calkowita} = 3(U_R I_1 + 4U_D I_1)$ oraz $U = U_R + 4U_D$

albo

$P_{calkowita} = U \cdot 3I_1$ oraz $U = U_R + 4U_D$

LUB

– poprawna metoda obliczenia napięcia na pojedynczej diodzie, tzn. zapisanie równania z samymi napięciami, wynikającego z II prawa Kirchhoffa **oraz** zapisanie poprawnego wyniku dla tego napięcia **oraz** odczytanie z wykresu i zapisanie prawidłowej wartości natężenia prądu przepływającego przez diodę, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$U_D = \frac{U - U_R}{4} = \frac{11{,}2\ \mathrm{V} - 2{,}4\ \mathrm{V}}{4} = 2{,}2\ \mathrm{V}$ oraz $I_1 = 16\ \mathrm{mA}$

1 pkt – poprawne zapisanie wyrażenia na moc elektryczną, jaka wydziela się na wszystkich elementach obwodu, z uwzględnieniem związków między mocą wydzielaną na danym elemencie (lub całym obwodzie) a napięciem i natężeniem prądu przepływającego przez dany element (lub cały obwód), np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$P_{calkowita} = 3(U_R I_1 + 4U_D I_1)$ albo $P_{calkowita} = U \cdot 3I_1$

LUB

– poprawna metoda obliczenia napięcia na pojedynczej diodzie, tzn. zapisanie równania z samymi napięciami, wynikającego z II prawa Kirchhoffa, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$U = U_R + 4U_D$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Na początku zapiszemy wyrażenie na moc elektryczną, jaka wydziela się na wszystkich elementach obwodu. Następnie wyznaczymy wielkości, które będą nam potrzebne do obliczenia tej mocy.

Skorzystamy ze wzoru na moc $P = UI$ oraz z faktu, że energie (zatem i moce) dodają się. Ponadto wykorzystamy fakt, że przez wszystkie diody połączone szeregowo (w każdej z trzech gałęzi obwodu) płynie prąd o takim samym natężeniu I_1:

$$1_{\mathrm{A}})\quad P_{calkowita} = 3(P_R + 4P_D) = 3(U_R I_1 + 4U_D I_1)$$

Albo wykorzystamy fakt, że przez obwód podłączony do baterii płynie prąd o natężeniu $3I_1$:

$$1_{\mathrm{B}})\quad P_{calkowita} = I_{obwod}U = 3I_1 U$$

Należy dodatkowo wyznaczyć I_1 – natężenie prądu płynącego w każdej gałęzi obwodu oraz U_D – napięcie na każdej diodzie. Do wyznaczenia napięcia na diodzie skorzystamy z II prawa Kirchhoffa:

$$2)\quad U = U_R + 4U_D \quad \rightarrow \quad 3)\quad U_D = \frac{U - U_R}{4} = \frac{11{,}2\ \mathrm{V} - 2{,}4\ \mathrm{V}}{4} = 2{,}2\ \mathrm{V}$$

Z wykresu charakterystyki prądowo-napięciowej odczytamy, jakie jest natężenie prądu płynącego przez diodę, na której końcach jest napięcie $2{,}2\ \mathrm{V}$.

4) Dla $U_D = 2{,}2\ \mathrm{V}$ natężenie prądu wynosi $I_1 \approx 16\ \mathrm{mA}$

Wartości określone w punktach 3) i 4) podstawimy do równania w punkcie 1_{A}) lub 1_{B}):

$$5_{\mathrm{A}})\quad P_{calkowita} = 3(2{,}4\ \mathrm{V}\cdot 0{,}016\ \mathrm{A} + 4\cdot 2{,}2\ \mathrm{V}\cdot 0{,}016\ \mathrm{A}) \approx 0{,}54\ \mathrm{W}$$

$$5_{\mathrm{B}})\quad P_{calkowita} = 3\cdot 0{,}016\ \mathrm{A}\cdot 11{,}2\ \mathrm{V} \approx 0{,}54\ \mathrm{W}$$

Zadanie 6.3. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […], wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. VI.12) (SP) posługuje się pojęciem oporu elektrycznego jako własnością przewodnika; stosuje do obliczeń związek między napięciem a natężeniem prądu i oporem; posługuje się jednostką oporu. VIII.4) rozróżnia metale i półprzewodniki; omawia zależność oporu od temperatury dla metali i półprzewodników.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 7.1. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne […], posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości […] oraz drogi od czasu. X.1) analizuje rozchodzenie się fal na powierzchni wody i dźwięku w powietrzu na podstawie obrazu powierzchni falowych.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości prędkości fali na wodzie **oraz** podanie prawidłowego wyniku z jednostką.

2 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia stosunku wartości prędkości (przyrównanie czasów ruchu fali i statku wzdłuż odpowiednich odcinków i zapisanie poprawnych wzorów na prędkości fali i statku) **oraz** zapisanie poprawnego stosunku prędkości jako stosunku długości odpowiednich odcinków, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\frac{v_{fali}}{v} = \frac{\frac{|AA'|}{t}}{\frac{|AD|}{t}} = \frac{|AA'|}{|AD|}$$

1 pkt – wykorzystanie faktu, że czas ruchu czoła fali z punktu A (lub B lub C) do A' (lub B' lub C') jest równy czasowi ruchu statku z punktu A (lub B lub C) do D (tzn. zapisanie wprost równości czasów lub użycie tego samego czasu we wzorach na prędkość fali i prędkość statku) **oraz** zapisanie wzorów na prędkość fali i statku za pomocą długości odpowiednich odcinków, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$t_{AA'} = t_{AD} \quad \text{oraz} \quad v_{fali} = \frac{|AA'|}{t_{AA'}} \quad \text{i} \quad v = \frac{|AD|}{t_{AD}}$$

albo

$$v_{fali} = \frac{|AA'|}{t} \quad \text{i} \quad v = \frac{|AD|}{t}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zauważmy, że czoło fali kołowej wysłanej z punktu A dotarło do punktu A' po takim samym czasie, w jakim statek przebył odcinek AD:

$$t_{AA'} = t_{AD} = t$$

Punkt czoła fali oraz statek poruszają się ruchem jednostajnym prostoliniowym. Zastosujemy wzory dla ruchu jednostajnego na prędkość fali (v_{fali}) oraz statku (v):

$$v_{fali} = \frac{|AA'|}{t} \qquad v = \frac{|AD|}{t}$$

Wyznaczymy stosunek prędkości fali do prędkości statku:

$$\frac{v_{fali}}{v} = \frac{\frac{|AA'|}{t}}{\frac{|AD|}{t}} = \frac{|AA'|}{|AD|}$$

Ponieważ rysunek w zadaniu wykonany jest w skali, to stosunek długości rzeczywistych odcinków będzie taki, jak stosunek długości odcinków na rysunku. Zmierzymy długości odcinków na rysunku, podstawimy daną prędkość statku i wykonamy obliczenia:

$$\frac{v_{fali}}{0{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = \frac{3{,}8\ \mathrm{cm}}{9{,}5\ \mathrm{cm}} \quad \rightarrow \quad v_{fali} = \frac{3{,}8\ \mathrm{cm}}{9{,}5\ \mathrm{cm}} \cdot 0{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 0{,}4 \cdot 0{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 0{,}2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Zadanie 7.2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. X.2) posługuje się pojęciem natężenia fali wraz z jej jednostką ($\mathrm{W/m^2}$) […]; proporcjonalnością do kwadratu amplitudy; X.3) opisuje zależność natężenia i amplitudy fali kulistej od odległości od punktowego źródła.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 8.1. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.6) tworzy […] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu […]; I.7) wyodrębnia z tekstów […], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. X.15) rysuje konstrukcyjnie obrazy wytworzone przez soczewki; stosuje do obliczeń równanie soczewki.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna konstrukcja obrazu $A'B'$ przedmiotu AB za pomocą promieni przechodzących przez środek i dolną część soczewki.

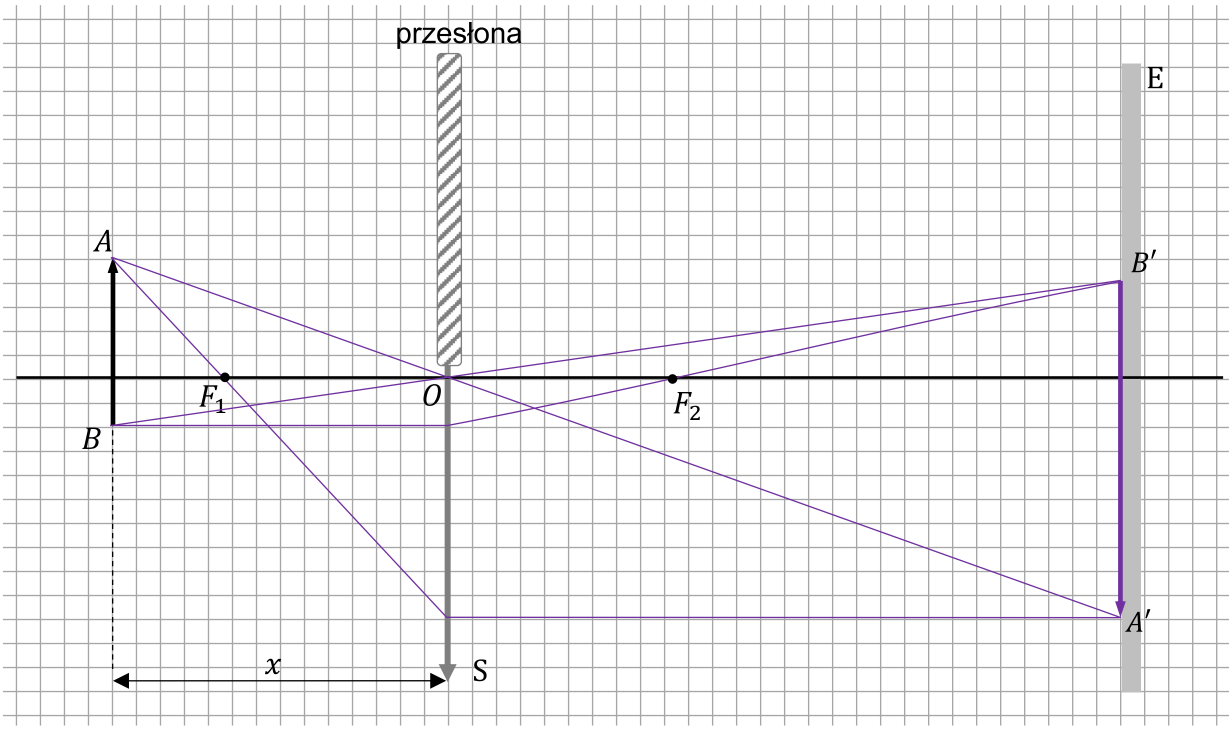
1 pkt – poprawna konstrukcja obrazu A' punktu A za pomocą promieni przechodzących przez środek i dolną część soczewki

LUB

– poprawna konstrukcja obrazu B' punktu B za pomocą promieni przechodzących przez środek i dolną część soczewki.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie



Zadanie 8.2. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. X.15) rysuje konstrukcyjnie obrazy wytworzone przez soczewki; stosuje do obliczeń równanie soczewki.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzoru na ogniskową f soczewki w zależności od x i p **oraz** zapisanie prawidłowej postaci tego wzoru.

2 pkt – poprawne zapisanie równania soczewki wyrażonego za pomocą wielkości: x, p, f, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{px}=\frac{1}{f}$$

1 pkt – poprawne zapisanie równania soczewki (z uwzględnieniem odpowiednich znaków) **oraz** poprawne zapisanie wyrażenia na powiększenie obrazu, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{f} \qquad \text{oraz} \qquad \left(p=\frac{y}{x} \qquad \text{albo} \qquad p=\frac{|A'B'|}{|AB|}\right)$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

$$\boldsymbol{f=\left(\frac{p}{p+1}\right)x}$$

Zapiszemy równanie soczewki skupiającej (z uwzględnieniem odpowiednich znaków), która wytwarza obraz rzeczywisty (y oznacza odległość obrazu $A'B'$ od soczewki):

$$1)\quad \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{f}$$

Powiększenie p obrazu $A'B'$ przedmiotu AB oznacza, że:

$$2)\quad p=\frac{|A'B'|}{|AB|}$$

Z podobieństwa trójkątów $A'B'O$ i ABO wynika, że $\frac{y}{x}=\frac{|A'B'|}{|AB|}$, zatem:

3) $p = \dfrac{y}{x}$

W równaniu 1) uwzględnimy równanie 3). Następnie wykonamy przekształcenia i wyznaczymy f:

4) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{px} = \dfrac{1}{f}$ → 5) $\dfrac{p+1}{px} = \dfrac{1}{f}$ → 6) $f = \left(\dfrac{p}{p+1}\right)x$

Zadanie 9. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.20) posługuje się pojęciami pracy mechanicznej, mocy, energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. VII.6) analizuje pracę jako zmianę energii potencjalnej podczas przemieszczenia ładunku w polu elektrycznym. XII.2) posługuje się związkiem między energią całkowitą, masą cząstki i jej prędkością; posługuje się pojęciem energii spoczynkowej; XII.3) opisuje równoważność masy i energii spoczynkowej.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu prędkości elektronu i prędkości światła **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących.

2 pkt – zapisanie równania, w którym uwzględniono wyrażenie na energię całkowitą jako sumę energii spoczynkowej i energii kinetycznej **oraz** uwzględniono związek między energią całkowitą a energią spoczynkową i prędkością **oraz** zapisanie związku między energią kinetyczną, jaką uzyskał elektron w polu elektrycznym a pracą siły elektrycznej z uwzględnieniem wzoru na pracę siły elektrycznej, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = E_{kin} + E_0 \qquad \text{oraz} \qquad E_{kin} = eU$$

1 pkt – zapisanie wyrażenia na energię całkowitą jako sumę energii kinetycznej i energii spoczynkowej **oraz** zapisanie (lub uwzględnienie) związku między energią całkowitą elektronu a jego energią spoczynkową i prędkością, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$E = E_{kin} + E_0$ oraz $E = \dfrac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

LUB

– zapisanie wyrażenia na energię całkowitą jako sumę energii kinetycznej i energii spoczynkowej **oraz** zapisanie związku między energią kinetyczną, jaką uzyskał elektron w polu elektrycznym a pracą siły elektrycznej działającej na ten elektron **oraz** uwzględnienie wzoru na pracę siły elektrycznej, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$E = E_{kin} + E_0$ oraz $E_{kin} = eU$

LUB

– zapisanie wartości energii kinetycznej elektronu podanej w elektronowoltach, bez konieczności zapisania obliczeń:

$E_{kin} = 6{,}00 \cdot 10^5 \text{ eV}$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy związek między zmianą energii kinetycznej elektronu w polu elektrycznym a pracą siły elektrycznej działającej na ten elektron:

$$1)\quad \Delta E_{kin} = W_E \qquad \rightarrow \qquad 2)\quad E_{kin} - 0 = eU$$

Obliczymy energie kinetyczną elektronu i porównamy ją do energii spoczynkowej elektronu, żeby zweryfikować, czy należy używać wzorów relatywistycznych, czy też można używać wzorów klasycznych:

$$3)\quad E_{kin} = e \cdot 6{,}00 \cdot 10^5 \text{ V} = 6{,}00 \cdot 10^5 \text{ eV}$$

Ponieważ

$$4)\quad \frac{E_{kin}}{E_0} = \frac{6{,}00 \cdot 10^5 \text{ eV}}{5{,}11 \cdot 10^5 \text{ eV}} \approx 1{,}17$$

to należy używać wzorów relatywistycznych. Zapiszemy związek między energią całkowitą elektronu a energią spoczynkową i energią kinetyczną:

$$5)\quad E = E_{kin} + E_0$$

W równaniu 5) wykorzystamy związek między energią całkowitą elektronu a energią spoczynkową i prędkością elektronu:

$$6)\quad \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = E_{kin} + E_0$$

Przekształcimy równanie 6) i wyznaczymy stosunek $\frac{v}{c}$:

$$6)\quad \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{E_{kin} + E_0}{E_0} \qquad \rightarrow \qquad \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = \frac{E_0}{E_{kin} + E_0} \qquad \rightarrow$$

$$1-\left(\frac{v}{c}\right)^2=\left(\frac{E_0}{E_{kin}+E_0}\right)^2 \qquad \rightarrow \qquad 7)\quad \frac{v}{c}=\sqrt{1-\left(\frac{E_0}{E_{kin}+E_0}\right)^2}$$

$$8)\quad \frac{v}{c}=\sqrt{1-\left(\frac{5{,}11\cdot 10^5\ \mathrm{eV}}{6{,}00\cdot 10^5\ \ \mathrm{eV}+5{,}11\cdot 10^5\ \mathrm{eV}}\right)^2}=0{,}8879468\ldots\approx 0{,}89$$

Zadanie 10.1. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. XII.5) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron; opisuje skład jądra atomowego na podstawie liczb masowej i atomowej; XII.7) […] posługuje się pojęciem energii wiązania; XII.8) oblicza dla dowolnego izotopu energię spoczynkową, deficyt masy i energię wiązania.

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
FFP

Zadanie 10.2. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym tablicami fizycznymi i chemicznymi oraz kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.7) wyodrębnia z […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. XII.3) opisuje równoważność masy i energii spoczynkowej; XII.5) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron; opisuje skład jądra atomowego na podstawie liczb masowej i atomowej; XII.8) oblicza dla dowolnego izotopu energię spoczynkową, deficyt masy i energię wiązania.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia masy jądra niklu **oraz** podanie prawidłowego wyniku z jednostką, zaokrąglonego do czterech cyfr znaczących.

2 pkt – zapisanie związku między deficytem masy Δm_{Ni} jądra niklu a energią wiązania E_{wNi} jądra niklu **oraz** zapisanie Δm_{Ni} jako różnicy między sumą oddzielnych mas protonów i neutronów tworzących jądro niklu a masą tego jądra **oraz** poprawna metoda obliczenia energii wiązania jądra niklu na podstawie danych odczytanych z wykresu, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\left(28m_{\mathrm{p}} + 34m_{\mathrm{n}} - m_{\mathrm{Ni}}\right)c^2 = E_{w\mathrm{Ni}} \qquad \text{oraz} \qquad E_{w\mathrm{Ni}} = 8{,}795\ \mathrm{MeV} \cdot 62$$

1 pkt – zapisanie związku między deficytem masy Δm_{Ni} jądra niklu a energią wiązania E_{wNi} jądra niklu (bez rozpisania Δm_{Ni} jako różnicy odpowiednich mas) **oraz** poprawna metoda obliczenia energii wiązania jądra niklu na podstawie danych odczytanych z wykresu, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\Delta m_{\mathrm{Ni}}c^2 = E_{w\mathrm{Ni}} \qquad \text{oraz} \qquad E_{w\mathrm{Ni}} = 8{,}795\ \mathrm{MeV} \cdot 62$$

LUB

– zapisanie związku między deficytem masy Δm_{Ni} jądra niklu a energią wiązania E_{wNi} jądra niklu **oraz** zapisanie Δm_{Ni} jako różnicy między sumą oddzielnych mas protonów i neutronów tworzących jądro niklu a masą tego jądra, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\Delta m_{\mathrm{Ni}}c^2 = E_{w\mathrm{Ni}} \qquad \text{oraz} \qquad \Delta m_{\mathrm{Ni}} = \left(28m_{\mathrm{p}} + 34m_{\mathrm{n}} - m_{\mathrm{Ni}}\right)$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy związek między deficytem masy a energią wiązania jądra niklu ${}^{62}_{28}\mathrm{Ni}$:

$$1)\ \Delta m_{\mathrm{Ni}} c^2 = E_{w\mathrm{Ni}}$$

Deficyt masy Δm_{Ni} rozpiszemy jako różnicę między sumą oddzielnych mas protonów i neutronów tworzących jądro niklu a masą tego jądra. Jądro niklu ${}^{62}_{28}\mathrm{Ni}$ ma 28 protonów i 34 neutrony, zatem:

$$2)\ \left(28m_{\mathrm{p}} + 34m_{\mathrm{n}} - m_{\mathrm{Ni}}\right)c^2 = E_{w\mathrm{Ni}}$$

$$3)\ 28m_{\mathrm{p}} + 34m_{\mathrm{n}} - m_{\mathrm{Ni}} = \frac{E_{w\mathrm{Ni}}}{c^2}$$

$$4)\ m_{\mathrm{Ni}} = 28m_{\mathrm{p}} + 34m_{\mathrm{n}} - \frac{E_{w\mathrm{Ni}}}{c^2}$$

Energię wiązania jadra niklu określimy na podstawie danych przedstawionych na wykresie zależności $\frac{E_w}{A}$ od liczby masowej A:

$$5)\ E_{w\mathrm{Ni}} = \frac{E_{w\mathrm{Ni}}}{A} \cdot A = 8{,}795\ \mathrm{MeV} \cdot 62 = 545{,}29\ \mathrm{MeV}$$

$$6)\ E_{w\mathrm{Ni}} = 545{,}29 \cdot 10^{6} \cdot 1{,}6022 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} = 873{,}66 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{J}$$

Do wzoru 4) na masę jądra niklu podstawimy otrzymaną w równaniu 6) wartość energii wiązania jądra niklu oraz masy protonów i neutronów odczytane z *Wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych na egzamin maturalny z biologii, chemii i fizyki*:

$$7)\ m_{\mathrm{Ni}} \approx 28 \cdot 1{,}6726 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} + 34 \cdot 1{,}6749 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} - \frac{873{,}66 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{J}}{(2{,}998 \cdot 10^{8})^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}}$$

$$m_{\mathrm{Ni}} \approx 103{,}78 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} - 97{,}203 \cdot 10^{-29}\ \mathrm{kg}$$

$$m_{\mathrm{Ni}} \approx 103{,}78 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} - 0{,}97 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \approx 102{,}8 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$$

Zadanie 10.3. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym tablicami fizycznymi i chemicznymi oraz kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych. XII.5) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron; opisuje skład jądra atomowego na podstawie liczb masowej i atomowej; XII.6) zapisuje reakcje jądrowe stosując zasadę zachowania liczby nukleonów i zasadę zachowania ładunku; XII.13) opisuje reakcję rozszczepienia jądra uranu $^{235}\mathrm{U}$ zachodzącą w wyniku pochłonięcia neutronu.

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne uzupełnienie równania reakcji: wpisanie właściwych liczb atomowych, liczby masowej **oraz** liczby powstałych neutronów.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie

$$ {}^{1}_{0}\mathrm{n} + {}^{235}_{92}\mathrm{U} \rightarrow {}^{140}_{54}\mathrm{Xe} + {}^{94}_{38}\mathrm{Sr} + 2\,{}^{1}_{0}\mathrm{n} $$

Zadanie 10.4. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się […] tablicami fizycznymi i chemicznymi oraz kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.7) wyodrębnia z […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. XII.5) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron; opisuje skład jądra atomowego na podstawie liczb masowej i atomowej; XII.7) stosuje zasadę zachowania energii do opisu reakcji jądrowych; posługuje się pojęciem energii wiązania; XII.8) oblicza dla dowolnego izotopu energię spoczynkową, deficyt masy i energię wiązania.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia energii kinetycznej produktów rozszczepienia jądra uranu **oraz** podanie prawidłowego wyniku z wyrażonego w MeV.

1 pkt – zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii w reakcji jądrowej, tzn. przyrównanie energii całkowitej (spoczynkowej, energię kinetyczną można pominąć) wszystkich substratów reakcji do energii całkowitej (spoczynkowej i kinetycznej) wszystkich produktów reakcji **oraz** uwzględnienie dla każdego jądra atomowego związku miedzy jego masą a energią spoczynkową, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$m_{\mathrm{U}}c^2 + m_{\mathrm{n}}c^2 = m_{\mathrm{Xe}}c^2 + m_{\mathrm{Sr}}c^2 + 2m_{\mathrm{n}}c^2 + E_{kin}$$

LUB

– zapisanie związku między całkowitą energią kinetyczną produktów reakcji a energiami wiązań wszystkich jąder (substratów i produktów) uczestniczących w reakcji.

$$E_{kin} = E_{w\mathrm{Xe}} + E_{w\mathrm{Sr}} - E_{w\mathrm{U}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zastosujemy związek między całkowitą energią kinetyczną produktów reakcji a energiami wiązań jąder uczestniczących w reakcji (zobacz komentarz):

$$E_{kin} = E_{w\ \mathrm{produktów}} - E_{w\ \mathrm{substratów}}$$

$$E_{kin} = E_{w\mathrm{Xe}} + E_{w\mathrm{Sr}} - E_{w\mathrm{U}}$$

$$E_{kin} = 8{,}3\ \mathrm{MeV} \cdot 140 + 8{,}6\ \mathrm{MeV} \cdot 94 - 7{,}6\ \mathrm{MeV} \cdot 235 \approx 184\ \mathrm{MeV}$$

Komentarz (wyprowadzenie związku między energią kinetyczną produktów rozszczepienia a energią wiązań jąder)

Całkowitą energię kinetyczną produktów reakcji jądrowej wyrazimy za pomocą energii wiązań jąder uczestniczących w reakcji. Zapiszemy bilans energii w reakcji rozszczepienia jądra uranu. Pominiemy energię kinetyczną neutronu inicjującego reakcję

$$m_{\mathrm{U}}c^2 + m_{\mathrm{n}}c^2 = m_{\mathrm{Xe}}c^2 + m_{\mathrm{Sr}}c^2 + 2m_{\mathrm{n}}c^2 + E_{kin}$$

$$m_{\mathrm{U}}c^2 = m_{\mathrm{Xe}}c^2 + m_{\mathrm{Sr}}c^2 + m_{\mathrm{n}}c^2 + E_{kin}$$

Od obu stron równania odejmiemy sumę mas oddzielnych składników jądra uranu, pomnożoną przez c^2 (i odpowiednio pogrupowaną po prawej stronie równania tak, aby uzyskać wyrażenia na energie wiązań jąder ksenonu i strontu):

$$\left(m_{\mathrm{U}} - 92m_{\mathrm{p}} - 143m_{n}\right)c^2 = \left(m_{\mathrm{Xe}} - 54m_{\mathrm{p}} - 86m_{\mathrm{n}}\right)c^2 + \left(m_{\mathrm{Sr}} - 38m_{\mathrm{p}} - 56m_{\mathrm{n}}\right)c^2 + (m_{\mathrm{n}} - m_{\mathrm{n}})c^2 + E_{kin}$$

Wyrażenia w nawiasach są równe defektowi masy jąder atomowych ze znakiem minus. Zastosujemy związek między defektem masy a energią wiązania, skąd otrzymujemy:

$$-E_{w\mathrm{U}} = -E_{w\mathrm{Xe}} - E_{w\mathrm{Sr}} + E_{kin}$$