CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD	PESEL

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to **M-200**.
Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

ARKUSZ POKAZOWY

TERMIN: **4 marca 2022 r.**
CZAS PRACY: **do 200 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **46**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.

MMAP-P0-**200**-2203

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 42 strony (zadania 1–30). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
4. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
5. Symbol zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi.
6. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
7. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
8. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.

Układ graficzny
© CKE 2022

9. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
10. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
11. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

Zadania egzaminacyjne są wydrukowane na następnych stronach.

Zadanie 1. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $6^{100} + 6^{100} + 6^{100} + 6^{100} + 6^{100} + 6^{100}$ jest równa

A. 6^{600}

B. 6^{101}

C. 36^{100}

D. 36^{600}

Brudnopis

Zadanie 2. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $\log_7 98 - \log_7 2$ jest równa

A. 7

B. 2

C. 1

D. (-1)

Brudnopis

Zadanie 3. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych, w których zapisie dziesiętnym nie występuje cyfra 2, jest

A. 900

B. 729

C. 648

D. 512

Brudnopis

Zadanie 4. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej a wartość wyrażenia $(3+4a)^2-(3-4a)^2$ jest równa

A. $32a^2$

B. 0

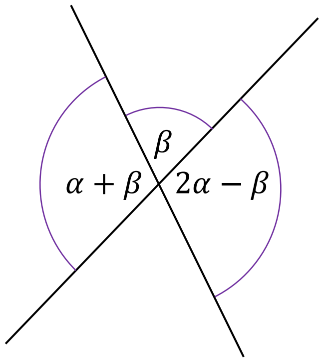
C. $48a$

D. $8a^2$

Brudnopis

Zadanie 5. (2 pkt)

Dane są dwie przecinające się proste. Miary kątów utworzonych przez te proste zapisano za pomocą wyrażeń algebraicznych (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz <u>dwie</u> odpowiedzi, tak aby dla każdej z nich dokończenie poniższego zdania było prawdziwe.

Układem równań, w którym zapisano prawidłowe zależności między miarami kątów utworzonych przez te proste, jest układ

A. $\begin{cases} (\alpha + \beta) + \beta = 90^\circ \\ \alpha + \beta = 2\alpha - \beta \end{cases}$

B. $\begin{cases} (\alpha + \beta) + \beta = 180^\circ \\ \alpha + \beta = 2\alpha - \beta \end{cases}$

C. $\begin{cases} (\alpha + \beta) + \beta = 180^\circ \\ \beta = 2\alpha - \beta \end{cases}$

D. $\begin{cases} \alpha + \beta = 90^\circ \\ \beta = 2\alpha - \beta \end{cases}$

E. $\begin{cases} \alpha + \beta = 2\alpha - \beta \\ 180^\circ - (2\alpha - \beta) = \beta \end{cases}$

F. $\begin{cases} 3\alpha + 2\beta = 360^\circ \\ 2\alpha - \beta = 2\beta \end{cases}$

Brudnopis

Zadanie 6. (1 pkt)

Dany jest wielomian

$$W(x) = 3x^3 + kx^2 - 12x - 7k + 12$$

gdzie k jest pewną liczbą rzeczywistą. Wiadomo, że liczba (-2) jest pierwiastkiem tego wielomianu.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba k jest równa

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

Brudnopis

Zadanie 7. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie

$$\frac{(4x-6)(x-2)^2}{2x(x-1{,}5)(x+6)} = 0$$

ma w zbiorze liczb rzeczywistych

A. dokładnie jedno rozwiązanie: $x = 2$.

B. dokładnie dwa rozwiązania: $x = 1{,}5$, $x = 2$.

C. dokładnie trzy rozwiązania: $x = -6$, $x = 0$, $x = 2$.

D. dokładnie cztery rozwiązania: $x = -6$, $x = 0$, $x = 1{,}5$, $x = 2$.

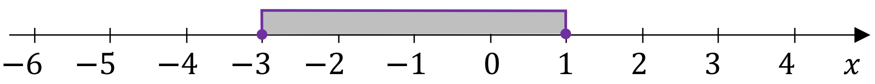
Brudnopis

Zadanie 8. (1 pkt)

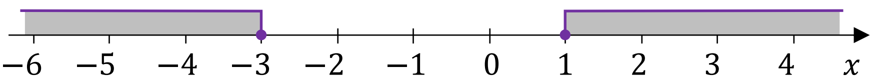
Spośród rysunków A–D wybierz ten, na którym prawidłowo zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających nierówność:

$$|x+1| \leq 2$$

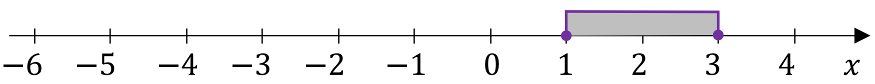
A.



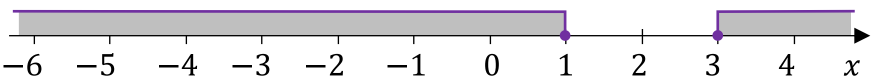
B.



C.



D.



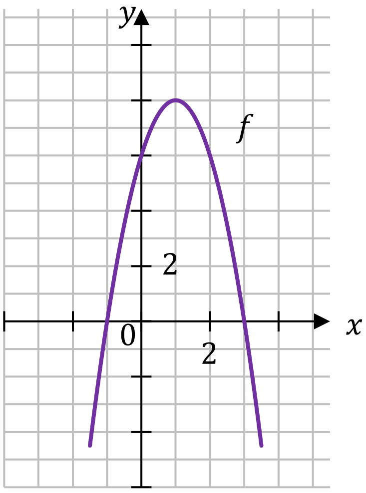
Brudnopis

Zadanie 9. (2 pkt)

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej nieparzystej n liczba $n^2 + 2023$ jest podzielna przez 8.

Zadanie 10.

Dana jest funkcja kwadratowa f, której fragment wykresu przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku obok. Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji f, oraz punkty przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych mają współrzędne całkowite.



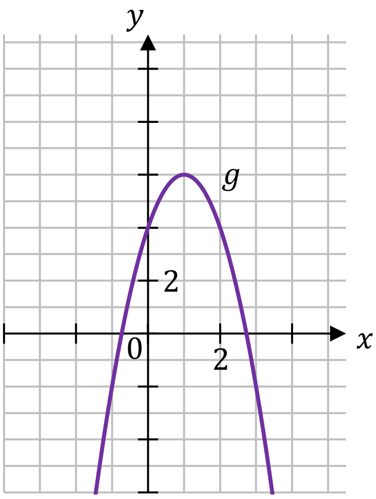
Zadanie 10.1. (1 pkt)

Funkcja g jest określona za pomocą funkcji f następująco: $g(x) = f(x - 2)$.

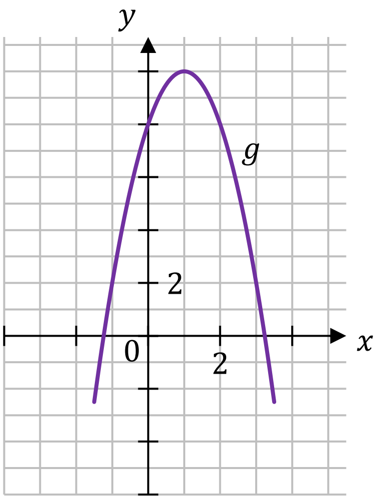
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wykres funkcji g przedstawiono na rysunku

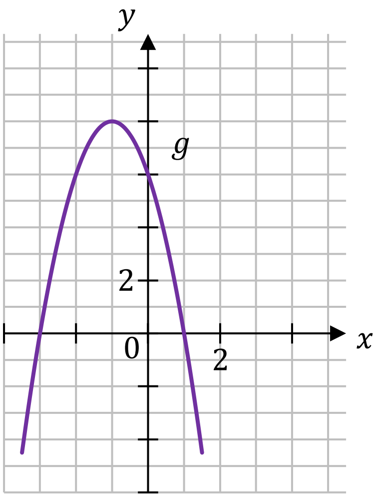
A.



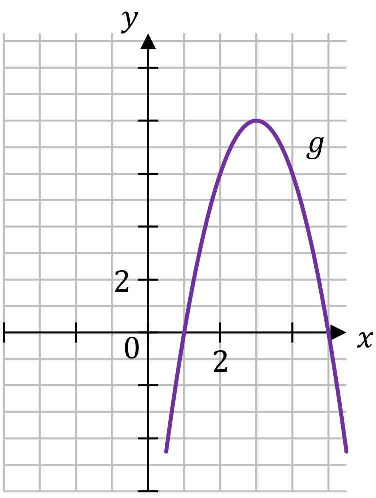
B.



C.



D.



Zadanie 10.2. (1 pkt)

Wyznacz i zapisz w miejscu wykropkowanym poniżej zbiór wszystkich rozwiązań nierówności:

$$\boldsymbol{f(x) \leq 0}$$

....

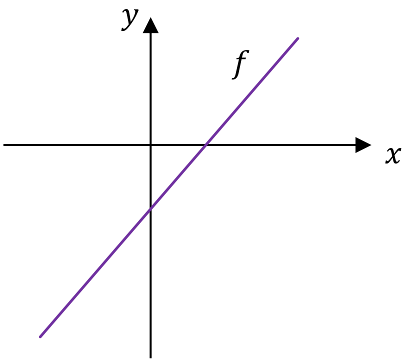
Zadanie 10.3. (3 pkt)

Wyznacz wzór funkcji kwadratowej $\boldsymbol{f}$ w postaci kanonicznej.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 11. (1 pkt)

Dana jest funkcja liniowa f określona wzorem $f(x) = ax + b$, gdzie a i b są liczbami rzeczywistymi. Wykres funkcji f przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku obok.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynniki a i b we wzorze funkcji f spełniają warunki

A. $a > 0$ i $b > 0$.

B. $a > 0$ i $b < 0$.

C. $a < 0$ i $b > 0$.

D. $a < 0$ i $b < 0$.

Brudnopis

Zadanie 12. (1 pkt)

Firma przeprowadziła badania rynkowe dotyczące wpływu zmiany ceny P swojego produktu na liczbę Q kupujących ten produkt. Z badań wynika, że każdorazowe zwiększenie ceny o 1 jednostkę powoduje spadek liczby kupujących o 3 jednostki. Ponadto przy cenie równej 5 jednostek liczba kupujących jest równa 12 jednostek.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja, która opisuje zależność liczby kupujących ten produkt od jego ceny, ma wzór

A. $Q = -0{,}9P^2 + 6{,}9$
B. $Q = -3P + 27$
C. $P = -0{,}9Q^2 + 6{,}9$
D. $P = -3Q + 27$

Brudnopis

Zadanie 13.

Czas T półtrwania leku w organizmie to czas, po którym masa leku w organizmie zmniejsza się o połowę – po przyjęciu jednorazowej dawki.

Przyjmij, że po przyjęciu jednej dawki masa m leku w organizmie zmienia się w czasie zgodnie z zależnością wykładniczą

$$m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

gdzie:

m_0 – masa przyjętej dawki leku

T – czas półtrwania leku

t – czas liczony od momentu przyjęcia dawki.

W przypadku przyjęcia kilku(nastu) dawek powyższa zależność pozwala obliczyć, ile leku pozostało w danym momencie w organizmie z każdej poprzednio przyjętej dawki. W ten sposób obliczone masy leku z przyjętych poprzednich dawek sumują się i dają informację o całkowitej aktualnej masie leku w organizmie.

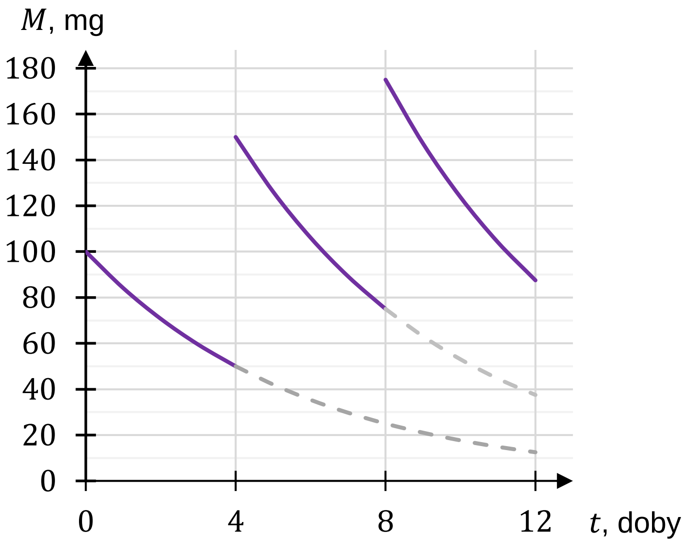
Pacjent otrzymuje co 4 dni o tej samej godzinie dawkę $m_0 = 100$ mg leku L. Czas półtrwania tego leku w organizmie jest równy $T = 4$ doby.

Zadanie 13.1. (1 pkt)

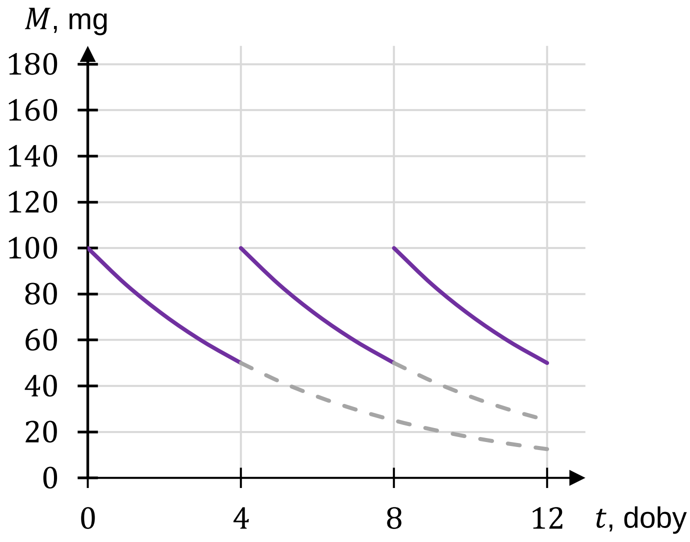
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wykres zależności masy M leku L w organizmie tego pacjenta od czasu t, liczonego od momentu przyjęcia przez pacjenta pierwszej dawki, przedstawiono na rysunku

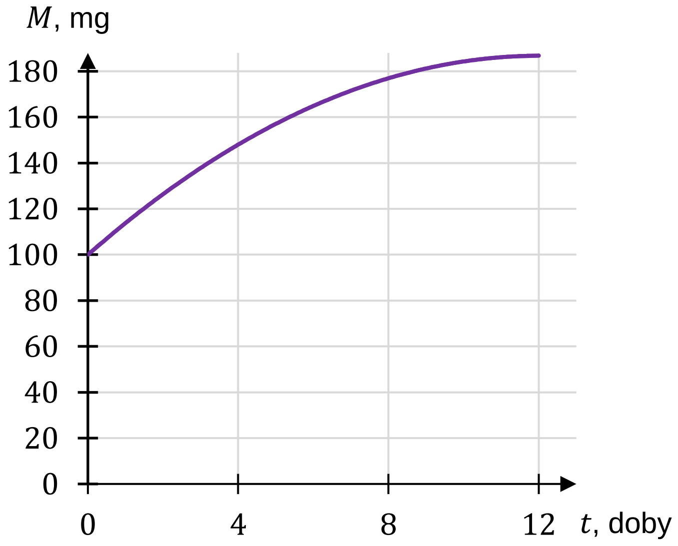
A.



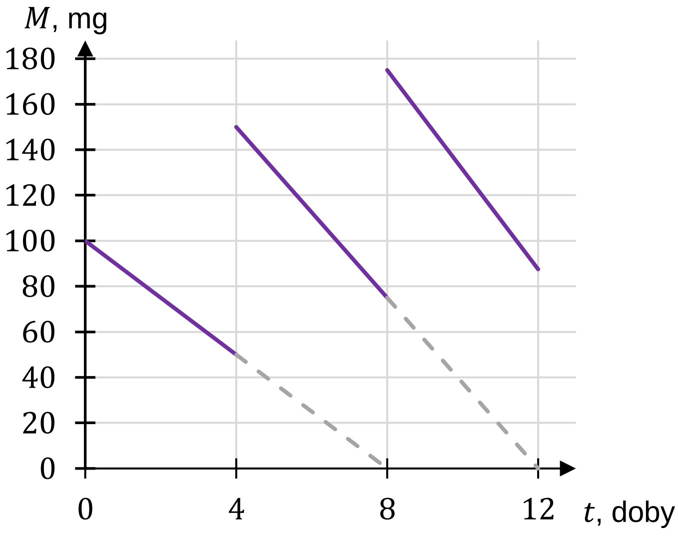
B.



C.



D.



<u>Pozostała część zadania na następnej stronie.</u>

Zadanie 13.2. (3 pkt)

Oblicz masę leku L w organizmie tego pacjenta tuż przed przyjęciem jedenastej dawki tego leku. Wynik podaj w zaokrągleniu do $0,1$ mg.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 14. (1 pkt)

Klient wpłacił do banku $20\,000$ zł na lokatę dwuletnią. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank dolicza odsetki w wysokości 3% od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Po 2 latach oszczędzania w tym banku kwota na lokacie (bez uwzględniania podatków) jest równa

A. $20\,000 \cdot (1{,}12)^2$
B. $20\,000 \cdot 2 \cdot 1{,}03$
C. $20\,000 \cdot 1{,}06$
D. $20\,000 \cdot (1{,}03)^2$

Brudnopis

Zadanie 15. (1 pkt)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = -3n + 5$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Liczby $2, (-1), (-4)$ są trzema kolejnymi początkowymi wyrazami ciągu (a_n).	**P**	**F**
(a_n) jest ciągiem arytmetycznym o różnicy równej 5.	**P**	**F**

Brudnopis

Zadanie 16. (1 pkt)

Dany jest trójkąt ABC, w którym $|AB| = 6$, $|BC| = 5$, $|AC| = 10$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Cosinus kąta ABC jest równy $(-0{,}65)$.	**P**	**F**
Trójkąt ABC jest rozwartokątny.	**P**	**F**

Brudnopis

Zadanie 17. (1 pkt)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dany jest okrąg o środku $S = (2, -5)$ i promieniu $r = 3$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie tego okręgu ma postać

A. $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 9$

B. $(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 3$

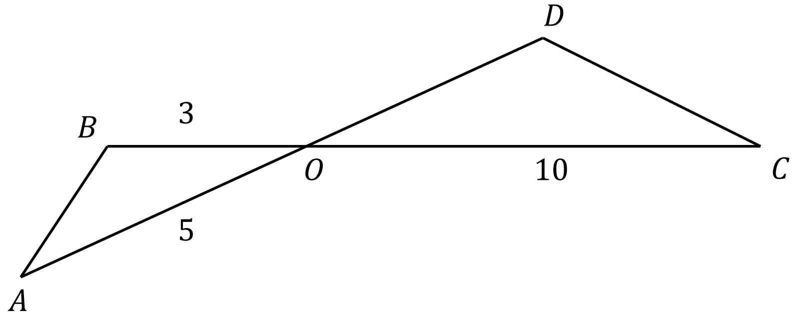
C. $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 3$

D. $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$

Brudnopis

Zadanie 18. (1 pkt)

Odcinki AD i BC przecinają się w punkcie O. W trójkątach ABO i ODC zachodzą związki: $|AO| = 5$, $|BO| = 3$, $|OC| = 10$, $|\sphericalangle OAB| = |\sphericalangle OCD|$ (zobacz rysunek).



Oblicz długość boku OD trójkąta ODC.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 19. (2 pkt)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dana jest prosta k o równaniu $y = -3x + 1$.

Dokończ zdania. Wybierz odpowiedź spośród A–D oraz odpowiedź spośród E–H.

19.1. Jedną z prostych równoległych do prostej k jest prosta o równaniu

A. $y = 3x + 2$

B. $y = -3x + 2$

C. $y = \frac{1}{3}x + 1$

D. $y = -\frac{1}{3}x + 1$

19.2. Jedną z prostych prostopadłych do prostej k jest prosta o równaniu

E. $y = \frac{1}{3}x + 2$

F. $y = -\frac{1}{3}x + 2$

G. $y = 3x + 1$

H. $y = -3x + 1$

Brudnopis

Zadanie 20. (1 pkt)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest kwadrat $ABCD$. Wierzchołki $A = (-2, 1)$ i $C = (4, 5)$ są końcami przekątnej tego kwadratu.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość przekątnej kwadratu $ABCD$ jest równa

A. 10

B. $2\sqrt{13}$

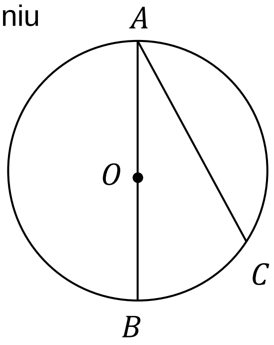
C. $2\sqrt{10}$

D. 8

Brudnopis

Zadanie 21. (1 pkt)

Odcinek AB jest średnicą okręgu o środku w punkcie O i promieniu $r = 8$ (zobacz rysunek). Cięciwa AC ma długość $8\sqrt{3}$.



Dokończ zdanie.

Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta BAC jest równa

A. $30°$

B. $45°$

C. $15°$

D. $60°$

Brudnopis

Zadanie 22. (1 pkt)

Kąt α jest ostry oraz $4\operatorname{tg}\alpha = 3\sin^2\alpha + 3\cos^2\alpha$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy

A. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{4}{3}$

C. $\frac{1}{4}$

D. 4

Brudnopis

Zadanie 23. (1 pkt)

Dane są dwa trójkąty podobne ABC i KLM o polach równych – odpowiednio – P oraz $2P$.

Obwód trójkąta ABC jest równy x.

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

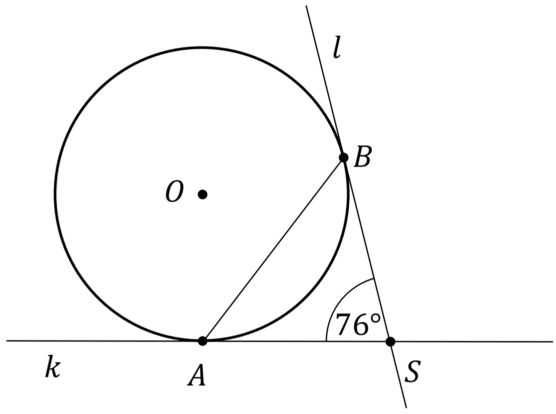
Obwód trójkąta KLM jest równy

<table>
<tr><td rowspan="3">A.</td><td rowspan="3">$\sqrt{2} \cdot x$,</td><td rowspan="6">ponieważ stosunek obwodów trójkątów podobnych jest równy</td><td rowspan="2">1.</td><td rowspan="2">kwadratowi stosunku pól tych trójkątów.</td></tr>
<tr></tr>
<tr><td rowspan="2">2.</td><td rowspan="2">pierwiastkowi kwadratowemu ze stosunku pól tych trójkątów.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">B.</td><td rowspan="3">$2x$,</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3.</td><td rowspan="2">stosunkowi pól tych trójkątów.</td></tr>
<tr></tr>
</table>

Brudnopis

Zadanie 24. (1 pkt)

Punkty A oraz B leżą na okręgu o środku O. Proste k i l są styczne do tego okręgu w punktach – odpowiednio – A i B. Te proste przecinają się w punkcie S i tworzą kąt o mierze $76°$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta OBA jest równa

A. $52°$

B. $26°$

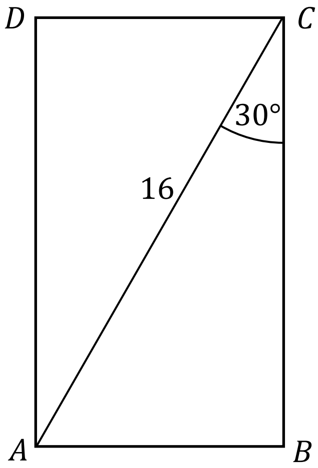
C. $14°$

D. $38°$

Brudnopis

Zadanie 25. (1 pkt)

Powierzchnię boczną graniastosłupa prawidłowego czworokątnego rozcięto wzdłuż krawędzi bocznej graniastosłupa i rozłożono na płaszczyźnie. Otrzymano w ten sposób prostokąt $ABCD$, w którym bok BC odpowiada krawędzi rozcięcia (wysokości graniastosłupa). Przekątna AC tego prostokąta ma długość 16 i tworzy z bokiem BC kąt o mierze $30°$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość krawędzi podstawy tego graniastosłupa jest równa

A. 8

B. $8\sqrt{3}$

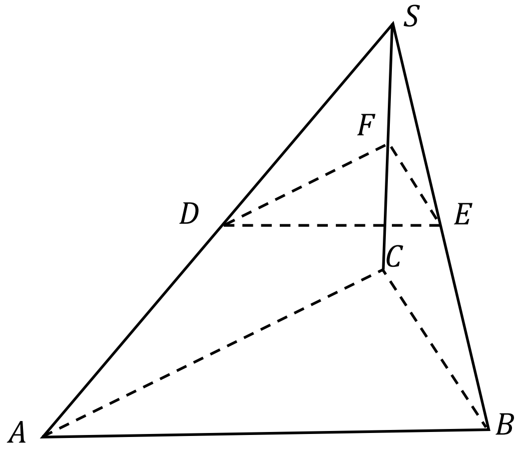
C. $2\sqrt{3}$

D. 2

Brudnopis

Zadanie 26. (1 pkt)

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny $ABCS$ o podstawie ABC. Punkty D, E i F są środkami – odpowiednio – krawędzi bocznych AS, BS i CS (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

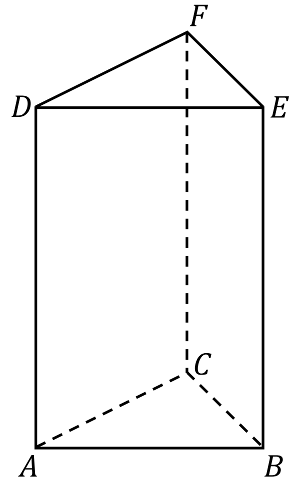
Stosunek objętości ostrosłupa $DEFS$ do objętości ostrosłupa $ABCS$ jest równy

A. $3 : 4$
B. $1 : 4$
C. $1 : 8$
D. $3 : 8$

Brudnopis

Zadanie 27. (1 pkt)

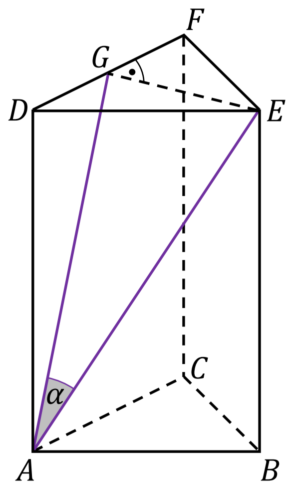
Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny $ABCDEF$ (zobacz rysunek obok).



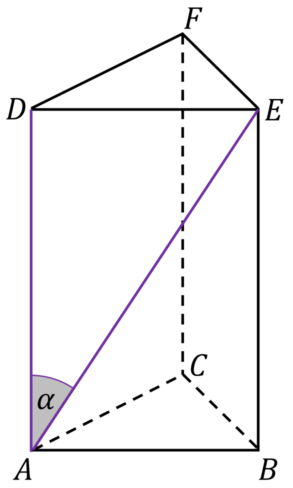
Na którym z rysunków prawidłowo narysowano, oznaczono i podpisano kąt α pomiędzy ścianą boczną $ACFD$ i przekątną AE ściany bocznej $ABED$ tego graniastosłupa?

Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

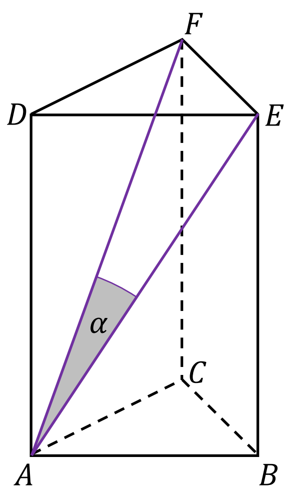
A. $\alpha = \sphericalangle EAG$



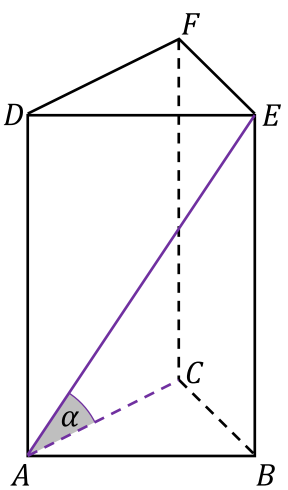
B. $\alpha = \sphericalangle EAD$



C. $\alpha = \sphericalangle EAF$



D. $\alpha = \sphericalangle EAC$



Zadanie 28. (3 pkt)

W pojemniku znajdują się losy loterii fantowej ponumerowane kolejnymi liczbami naturalnymi od 1000 do 9999. Każdy los, którego numer jest liczbą o sumie cyfr równej 3, jest wygrywający. Uczestnicy loterii losują z pojemnika po jednym losie.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że pierwszy los wyciągnięty z pojemnika był wygrywający.
Zapisz obliczenia.

Zadanie 29. (4 pkt)

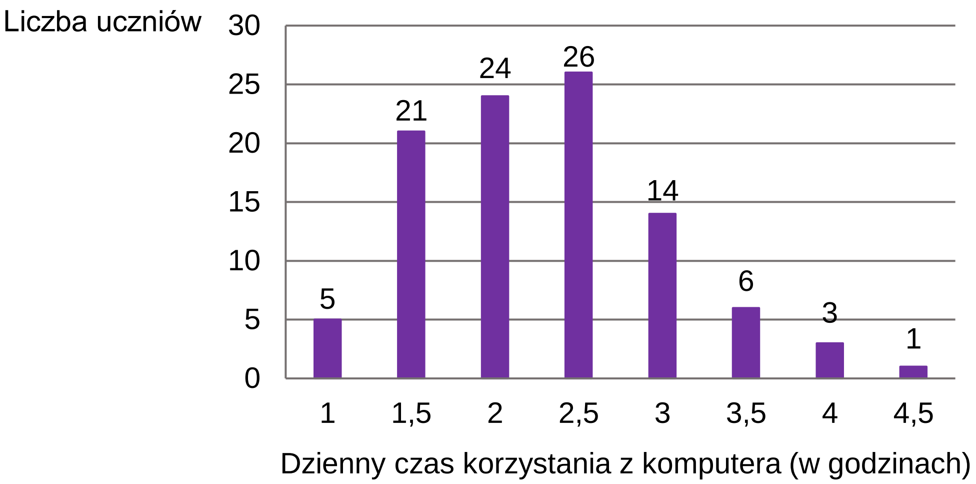
Rozważamy wszystkie równoległoboki o obwodzie równym 200 i kącie ostrym o mierze $30°$.

Podaj wzór i dziedzinę funkcji opisującej zależność pola takiego równoległoboku od długości x boku równoległoboku.
Oblicz wymiary tego z rozważanych równoległoboków, który ma największe pole, i oblicz to największe pole.
Zapisz obliczenia.

Rozwiązanie możesz kontynuować na następnej stronie.

Zadanie 30.

W pewnej grupie 100 uczniów przeprowadzono sondaż dotyczący dziennego czasu korzystania z komputera. Wyniki sondażu przedstawia poniższy diagram. Na osi poziomej podano – wyrażony w godzinach – dzienny czas korzystania przez ucznia z komputera.
Na osi pionowej przedstawiono liczbę uczniów, którzy dziennie korzystają z komputera przez określony czas.



Zadanie 30.1. (1 pkt)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Mediana dziennego czasu korzystania przez ucznia z komputera jest równa $2{,}25$ godziny.	**P**	**F**
Połowa z tej grupy uczniów korzysta dziennie z komputera przez mniej niż $2{,}5$ godziny.	**P**	**F**

Brudnopis

<u>Pozostała część zadania na następnej stronie.</u>

Zadanie 30.2. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dominanta dziennego czasu korzystania przez ucznia z komputera jest równa

A. $2{,}25$ godziny.

B. $2{,}50$ godziny.

C. $2{,}75$ godziny.

D. $1{,}50$ godziny.

Brudnopis

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)