CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

PESEL

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to **M-100**.
Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny ***Formuła 2023***

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Symbol arkusza
MMAP-P0-**100**-2405

DATA: **8 maja 2024 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **46**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią
- ☐ nieprzenoszenia odpowiedzi na kartę.

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 30 stron (zadania 1–31).
   Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Symbol zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi. Ocenie podlegają wyłącznie odpowiedzi zaznaczone na karcie odpowiedzi.
4. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w tabelkach przeznaczonych dla egzaminatora.
   Tabelki umieszczone są na marginesie przy odpowiednich zadaniach.
10. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
11. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.

Zadania egzaminacyjne są wydrukowane
na następnych stronach.

Zadanie 1. (0–1)

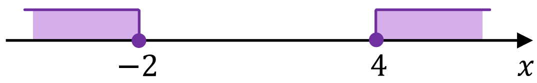
Dana jest nierówność

$$|x - 1| \geq 3$$

Na którym rysunku poprawnie zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających powyższą nierówność? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

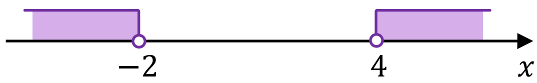
A.

B.



C.

D.



Brudnopis

Zadanie 2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\left(\frac{1}{16}\right)^8 \cdot 8^{16}$ jest równa

A. 2^8 **B.** 2^{12} **C.** 2^{16} **D.** 2^{24}

Brudnopis

Zadanie 3. (0–2)

3.
0–1–2

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2$ przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2.

Zadanie 4. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_{\sqrt{3}} 9$ jest równa

A. 9 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 2

Brudnopis

Zadanie 5. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej a i dla każdej liczby rzeczywistej b wartość wyrażenia $(2a + b)^2 - (2a - b)^2$ jest równa wartości wyrażenia

A. $8a^2$ **B.** $2b^2$ **C.** $-8ab$ **D.** $8ab$

Brudnopis

Zadanie 6. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$1-\frac{3}{2}x<\frac{2}{3}-x$$

jest przedział

A. $\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right)$ **B.** $\left(-\frac{2}{3},+\infty\right)$ **C.** $\left(-\infty,\ \frac{2}{3}\right)$ **D.** $\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$

Brudnopis

Zadanie 7. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $\frac{x+1}{(x+2)(x-3)}=0$ w zbiorze liczb rzeczywistych

A. nie ma rozwiązania.

B. ma dokładnie jedno rozwiązanie: (-1).

C. ma dokładnie dwa rozwiązania: (-2) oraz 3.

D. ma dokładnie trzy rozwiązania: (-1), (-2) oraz 3.

Brudnopis

Zadanie 8. (0–1)

Dany jest wielomian $W(x) = 3x^3 + 6x^2 + 9x$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Liczba (-1) jest rozwiązaniem równania $W(x) = 0$.	**P**	**F**
Wielomian W jest iloczynem wielomianów $F(x) = 3x$ i $G(x) = x^2 + 2x + 3$.	**P**	**F**

Brudnopis

9.

0–1–2–3

Zadanie 9. (0–3)

Rozwiąż równanie

$$\boldsymbol{x^3 - 2x^2 - 3x + 6 = 0}$$

Zapisz obliczenia.

Zadanie 10. (0–1)

W październiku 2022 roku założono dwa sady, w których posadzono łącznie 1960 drzew. Po roku stwierdzono, że uschło 5% drzew w pierwszym sadzie i 10% drzew w drugim sadzie. Uschnięte drzewa usunięto, a nowych nie dosadzano.
Liczba drzew, które pozostały w drugim sadzie, stanowiła 60% liczby drzew, które pozostały w pierwszym sadzie.
Niech x oraz y oznaczają liczby drzew posadzonych – odpowiednio – w pierwszym i drugim sadzie.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układem równań, którego poprawne rozwiązanie prowadzi do obliczenia liczby x drzew posadzonych w pierwszym sadzie oraz liczby y drzew posadzonych w drugim sadzie, jest

A. $\begin{cases} x+y=1960 \\ 0{,}4\cdot 0{,}95x=0{,}9y \end{cases}$

B. $\begin{cases} x+y=1960 \\ 0{,}95x=0{,}6\cdot 0{,}9y \end{cases}$

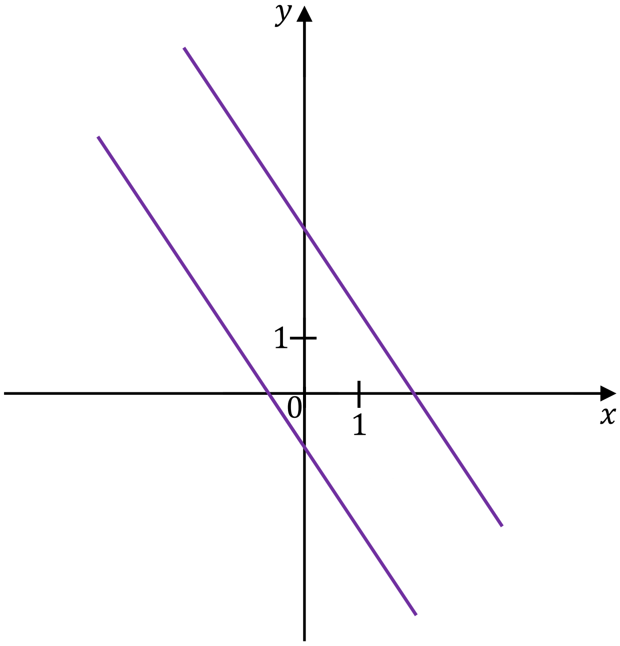
C. $\begin{cases} x+y=1960 \\ 0{,}05x=0{,}6\cdot 0{,}1y \end{cases}$

D. $\begin{cases} x+y=1960 \\ 0{,}6\cdot 0{,}95x=0{,}9y \end{cases}$

Brudnopis

Zadanie 11. (0–1)

Na rysunku, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), przedstawiono dwie proste równoległe, które są interpretacją geometryczną jednego z poniższych układów równań A–D.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układem równań, którego interpretację geometryczną przedstawiono na rysunku, jest

A. $\begin{cases} y = \frac{3}{2}x + 3 \\ y = \frac{3}{2}x - 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = \frac{3}{2}x + 3 \\ y = -\frac{2}{3}x - 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x + 3 \\ y = -\frac{3}{2}x - 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x - 3 \\ y = \frac{3}{2}x + 1 \end{cases}$

Brudnopis																															

Zadanie 12. (0–1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = (-2k + 3)x + k - 1$, gdzie $k \in \mathbb{R}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja f jest malejąca dla każdej liczby k należącej do przedziału

A. $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right)$ **B.** $\left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$ **C.** $(-\infty, 1)$ **D.** $(1, +\infty)$

Brudnopis

Zadanie 13. (0–1)

Funkcje liniowe f oraz g, określone wzorami $f(x) = 3x + 6$ oraz $g(x) = ax + 7$, mają to samo miejsce zerowe.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

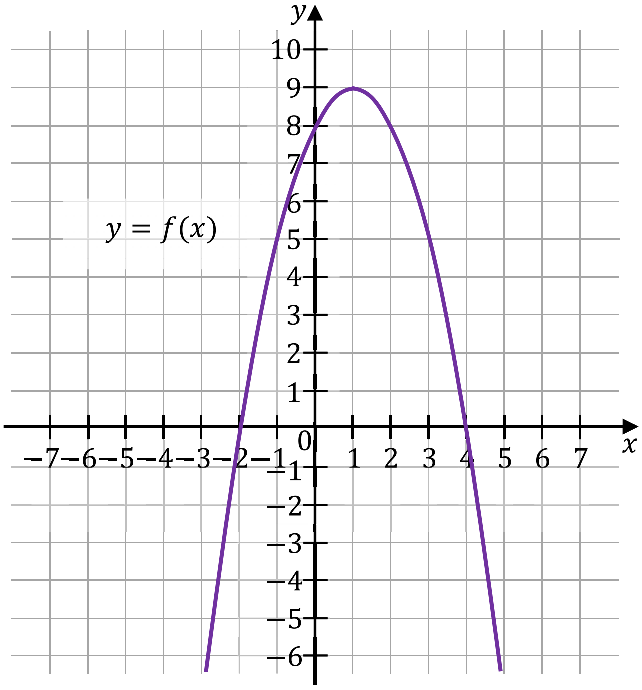
Współczynnik a we wzorze funkcji g jest równy

A. $\frac{7}{2}$ **B.** $\frac{2}{7}$ **C.** $\left(-\frac{2}{7}\right)$ **D.** $\left(-\frac{7}{2}\right)$

Brudnopis

Zadanie 14.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragment paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej f (zobacz rysunek). Wierzchołek tej paraboli oraz punkty przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych mają obie współrzędne całkowite.



Zadanie 14.1. (0–1)

14.1. 0–1

Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiedni przedział w wykropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $f(x) \geq 0$ jest przedział ……………………… .

Brudnopis

Zadanie 14.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem

A. $f(x) = -(x-1)^2 + 9$

B. $f(x) = -(x+1)^2 - 9$

C. $f(x) = -(x-1)^2 - 9$

D. $f(x) = -(x+1)^2 + 9$

Brudnopis

Zadanie 14.3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla funkcji f prawdziwa jest równość

A. $f(-4) = f(4)$

B. $f(-4) = f(5)$

C. $f(-4) = f(6)$

D. $f(-4) = f(7)$

Brudnopis

Zadanie 14.4. (0–2)

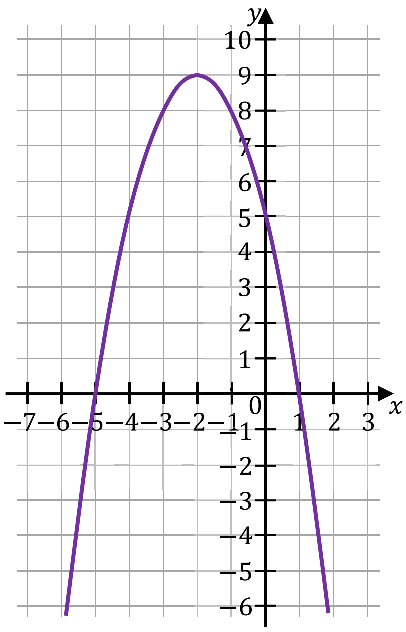
Funkcje kwadratowe g oraz h są określone za pomocą funkcji f (zobacz rysunek na stronie 13) następująco: $g(x) = f(x + 3)$, $h(x) = f(-x)$.
Na rysunkach A–F przedstawiono, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), fragmenty wykresów różnych funkcji – w tym fragment wykresu funkcji g oraz fragment wykresu funkcji h.

14.4.
0–1–2

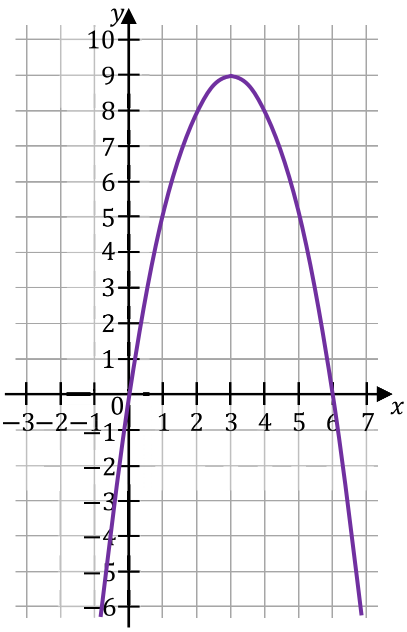
Uzupełnij tabelę. Każdej z funkcji g oraz h przyporządkuj fragment jej wykresu. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–F.

Fragment wykresu funkcji $y = g(x)$ przedstawiono na rysunku	
Fragment wykresu funkcji $y = h(x)$ przedstawiono na rysunku	

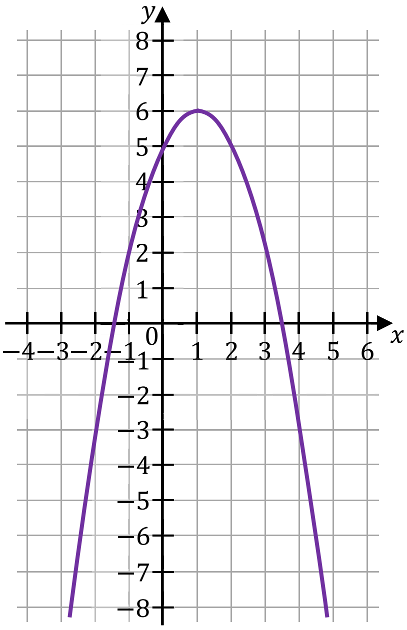
A.



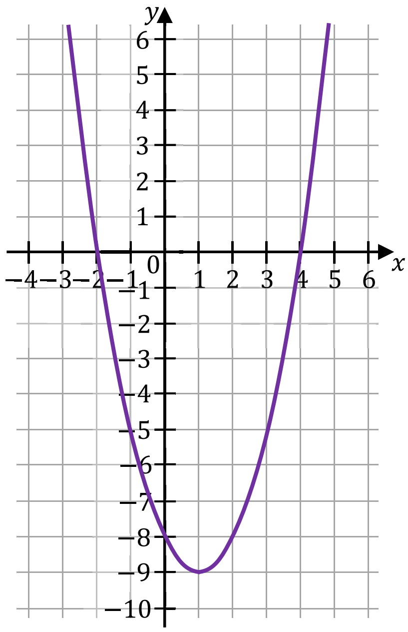
B.



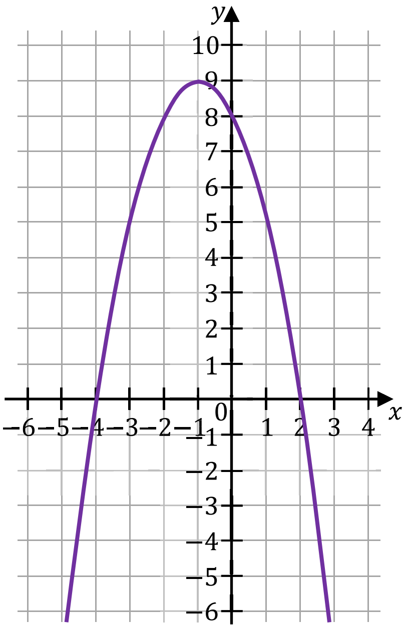
C.



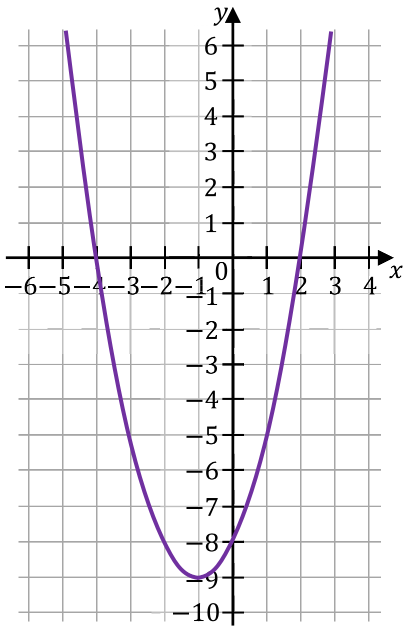
D.



E.



F.



Brudnopis

Zadanie 15. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (-1)^n \cdot (n-5)$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Pierwszy wyraz ciągu (a_n) jest dwa razy większy od trzeciego wyrazu tego ciągu.	**P**	**F**
Wszystkie wyrazy ciągu (a_n) są dodatnie.	**P**	**F**

Brudnopis

Zadanie 16. (0–1)

Trzywyrazowy ciąg $(12,\ 6,\ 2m-1)$ jest geometryczny.

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A albo B oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.

Ten ciąg jest

<table>
<tr><td rowspan="3">A.</td><td rowspan="3">malejący</td><td rowspan="6">oraz</td><td rowspan="2">1.</td><td rowspan="2">$m = \frac{1}{2}$</td></tr>
<tr></tr>
<tr><td rowspan="2">2.</td><td rowspan="2">$m = 2$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">B.</td><td rowspan="3">rosnący</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3.</td><td rowspan="2">$m = 3$</td></tr>
<tr></tr>
</table>

Brudnopis

Zadanie 17. (0–2)

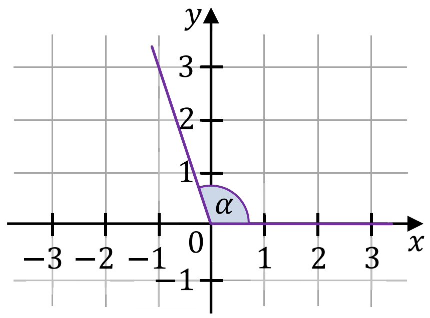
Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Trzeci wyraz tego ciągu jest równy (-1), a suma piętnastu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa (-165).

Oblicz różnicę tego ciągu. Zapisz obliczenia.

17.
0–1–2

Zadanie 18. (0–2)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) zaznaczono kąt o mierze α taki, że $\operatorname{tg}\alpha = -3$ oraz $90° < \alpha < 180°$ (zobacz rysunek).



18.
0–1–2

Uzupełnij zdanie. Wybierz <u>dwie</u> właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wykropkowanych miejscach.

Prawdziwe są zależności: .... oraz ....

A. $\sin\alpha < 0$

B. $\cos\alpha > 0$

C. $\sin\alpha \cdot \cos\alpha < 0$

D. $\sin\alpha \cdot \cos\alpha > 0$

E. $\sin\alpha = -\frac{1}{3}\cos\alpha$

F. $\sin\alpha = -3\cos\alpha$

Brudnopis

Zadanie 19. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\sin^3 20° + \cos^2 20° \cdot \sin 20°$ jest równa

A. $\sin 20°$

B. $\cos 20°$

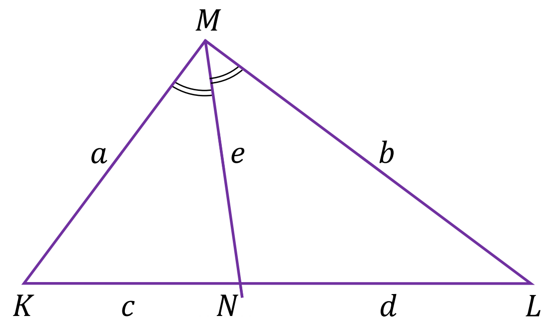
C. $\operatorname{tg} 20°$

D. $\sin 20° \cdot \cos 20°$

Brudnopis

Zadanie 20. (0–1)

Dany jest trójkąt KLM, w którym $|KM| = a$, $|LM| = b$ oraz $a \neq b$. Dwusieczna kąta KML przecina bok KL w punkcie N takim, że $|KN| = c$, $|NL| = d$ oraz $|MN| = e$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

W trójkącie KLM prawdziwa jest równość

A. $a \cdot b = c \cdot d$ **B.** $a \cdot d = b \cdot c$

C. $a \cdot c = b \cdot d$ **D.** $a \cdot b = e \cdot e$

Brudnopis

Zadanie 21. (0–1)

Dany jest równoległobok o bokach długości 3 i 4 oraz o kącie między nimi o mierze $120°$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

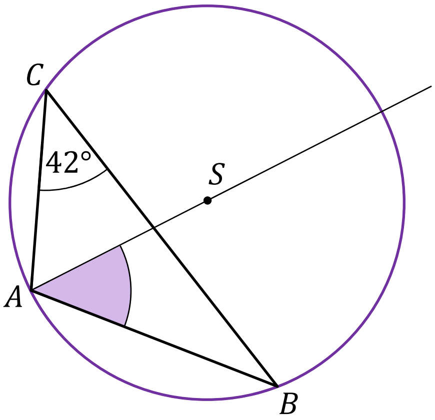
Pole tego równoległoboku jest równe

A. 6 **B.** $6\sqrt{3}$ **C.** 12 **D.** $12\sqrt{3}$

Brudnopis

Zadanie 22. (0–1)

W trójkącie ABC, wpisanym w okrąg o środku w punkcie S, kąt ACB ma miarę $42°$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ostrego BAS jest równa

A. $69°$ **B.** $42°$ **C.** $45°$ **D.** $48°$

Brudnopis

Zadanie 23. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) proste k oraz l są określone równaniami

$$k\colon\ y = (m+1)x + 7$$

$$l\colon\ y = -2x + 7$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k oraz l są prostopadłe, gdy liczba m jest równa

A. (-3) **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\left(-\frac{1}{2}\right)$ **D.** 1

Brudnopis

Zadanie 24. (0–2)

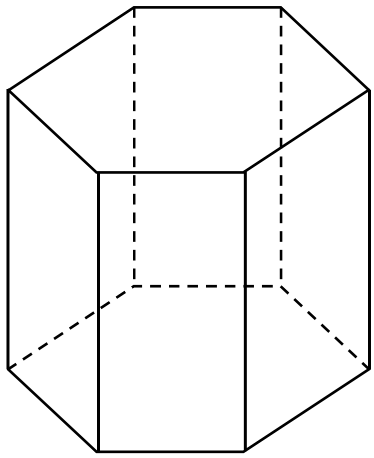
W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest równoległobok $ABCD$, w którym $A = (-2, 6)$ oraz $B = (10, 2)$. Przekątne AC oraz BD tego równoległoboku przecinają się w punkcie $P = (6, 7)$.

Oblicz długość boku BC tego równoległoboku. Zapisz obliczenia.

24.
0–1–2

Zadanie 25.

Wysokość graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego jest równa 6 (zobacz rysunek). Pole podstawy tego graniastosłupa jest równe $15\sqrt{3}$.



Zadanie 25.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole jednej ściany bocznej tego graniastosłupa jest równe

A. $6\sqrt{10}$ **B.** $36\sqrt{10}$ **C.** 60 **D.** 360

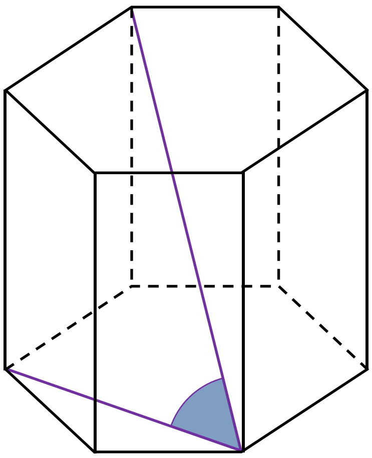
Brudnopis

Zadanie 25.2. (0–1)

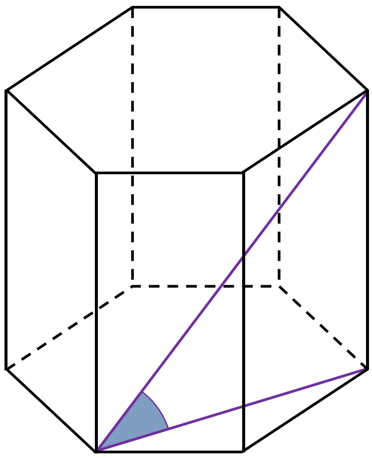
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Kąt nachylenia najdłuższej przekątnej graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego do płaszczyzny podstawy jest zaznaczony na rysunku

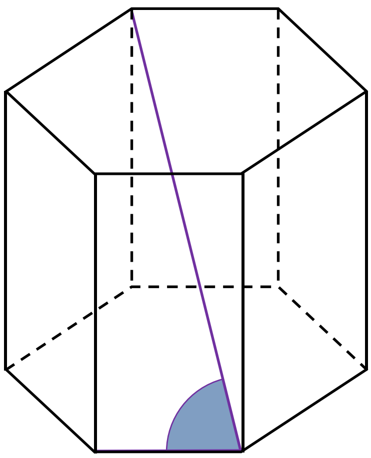
A.



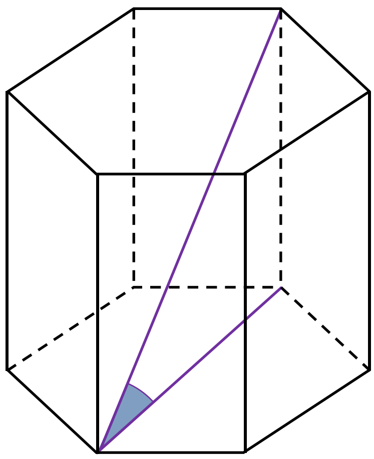
B.



C.



D.



Brudnopis

Zadanie 26. (0–1)

Ostrosłup F_1 jest podobny do ostrosłupa F_2.
Objętość ostrosłupa F_1 jest równa 64.
Objętość ostrosłupa F_2 jest równa 512.

26.
0–1

Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wykropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.

Stosunek pola powierzchni całkowitej ostrosłupa F_2 do pola powierzchni całkowitej ostrosłupa F_1 jest równy ....

Brudnopis

Zadanie 27. (0–1)

Rozważamy wszystkie kody czterocyfrowe utworzone tylko z cyfr 1, 3, 6, 8, przy czym w każdym kodzie każda z tych cyfr występuje dokładnie jeden raz.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wszystkich takich kodów jest równa

A. 4 **B.** 10 **C.** 16 **D.** 24

Brudnopis

Zadanie 28. (0–1)

Średnia arytmetyczna trzech liczb: a, b, c, jest równa 9.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

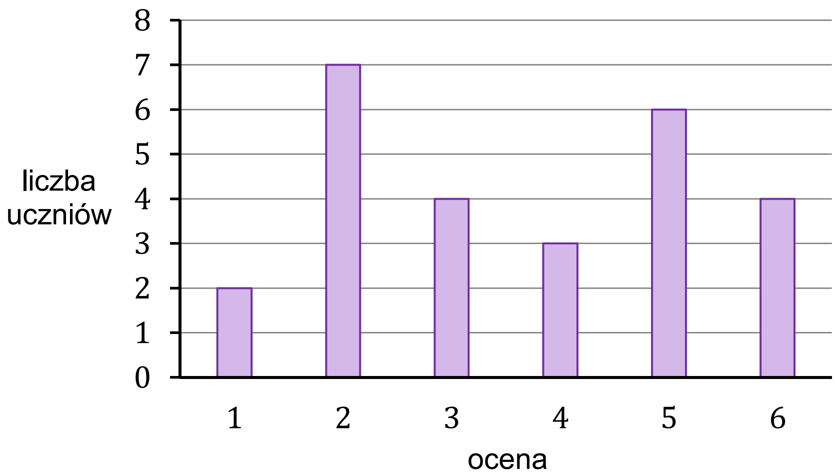
Średnia arytmetyczna sześciu liczb: a, a, b, b, c, c, jest równa

A. $4{,}5$ **B.** 6 **C.** 9 **D.** 18

Brudnopis

Zadanie 29. (0–1)

Na diagramie przedstawiono wyniki sprawdzianu z matematyki w pewnej klasie maturalnej. Na osi poziomej podano oceny, które uzyskali uczniowie tej klasy, a na osi pionowej podano liczbę uczniów, którzy otrzymali daną ocenę.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Mediana ocen uzyskanych z tego sprawdzianu przez uczniów tej klasy jest równa

A. 3 **B.** $3{,}5$ **C.** 4 **D.** $4{,}5$

Brudnopis

Zadanie 30. (0–2)

Dany jest pięcioelementowy zbiór $K = \{5, 6, 7, 8, 9\}$. Wylosowanie każdej liczby z tego zbioru jest jednakowo prawdopodobne. Ze zbioru K losujemy ze zwracaniem kolejno dwa razy po jednej liczbie i zapisujemy je w kolejności losowania.

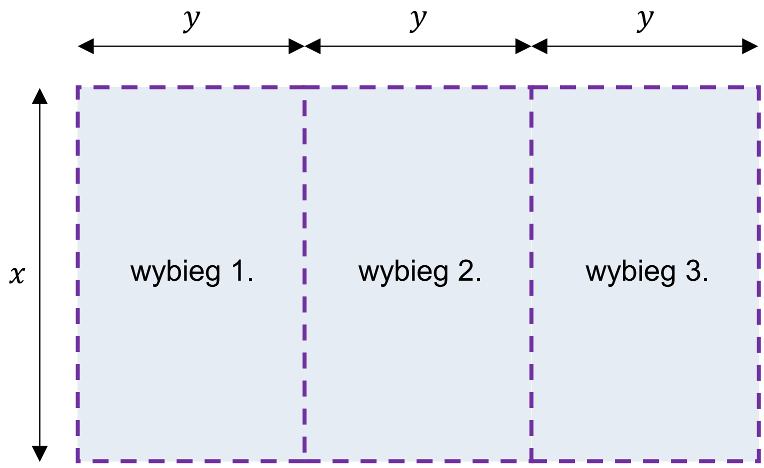
30.
0–1–2

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że suma wylosowanych liczb jest liczbą parzystą. Zapisz obliczenia.

Zadanie 31. (0–4)

W schronisku dla zwierząt, na płaskiej powierzchni, należy zbudować ogrodzenie z siatki wydzielające trzy identyczne wybiegi o <u>wspólnych</u> ścianach wewnętrznych.
Podstawą każdego z tych trzech wybiegów jest prostokąt (jak pokazano na rysunku).
Do wykonania tego ogrodzenia należy zużyć 36 metrów bieżących siatki.

Schematyczny rysunek trzech wybiegów (widok z góry).
Linią przerywaną zaznaczono siatkę.



Oblicz wymiary x oraz y jednego wybiegu, przy których suma pól podstaw tych trzech wybiegów będzie największa. W obliczeniach pomiń szerokość wejścia na każdy z wybiegów. Zapisz obliczenia.

31.
0–1–2–3–4

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

MATEMATYKA
Poziom podstawowy
Formuła 2023

MATEMATYKA
Poziom podstawowy
Formuła 2023

MATEMATYKA
Poziom podstawowy
Formuła 2023