

# **EGZAMIN ÓSMOKLASISTY**

od roku szkolnego 2018/2019

## **MATEMATYKA**

Zasady oceniania rozwiązań zadań  
z próbnego arkusza egzaminacyjnego  
OMAK-100-1812

**GRUDZIEŃ 2018**



Centralna Komisja Egzaminacyjna  
Warszawa

**Zadanie 1. (0–1)**

Podstawa programowa 2012 <sup>1</sup>		Podstawa programowa 2017 <sup>2</sup>	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	13. Elementy statystyki opisowej. Uczeń: 2) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, diagramach i na wykresach. 14. Zadania tekstowe. Uczeń: 1) czyta ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe.	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY IV–VI XIV. Zadania tekstowe. Uczeń: 1) czyta ze zrozumieniem tekst zawierający informacje liczbowe. XIII. Elementy statystyki opisowej. Uczeń: 2) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w [...] tabelach [...].

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

D

<sup>1</sup> Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 27 sierpnia 2012 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz.U. z 30 sierpnia 2012 r. poz. 977); II etap edukacyjny: klasy IV–VI.

<sup>2</sup> Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej (Dz.U. z 2017 r. poz. 356); II etap edukacyjny: klasy VII i VIII.

**Zadanie 2. (0–1)**

<b>Podstawa programowa 2012</b>		<b>Podstawa programowa 2017</b>	
<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>	<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	13. Elementy statystyki opisowej. Uczeń: 2) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, diagramach i na wykresach. 14. Zadania tekstowe. Uczeń: 3) dostrzega zależności między podanymi informacjami. 2. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 6) porównuje różnicowo i ilorazowo liczby naturalne. 12. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 7) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki masy: gram, kilogram, dekagram, tona.	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	Klasy IV–VI XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 7) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki masy: gram, dekagram, kilogram, tona. XIV. Zadania tekstowe. Uczeń: 3) dostrzega zależności między podanymi informacjami. II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 6) porównuje liczby naturalne z wykorzystaniem ich różnicy lub ilorazu. XIII. Elementy statystyki opisowej. Uczeń: 2) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w [...] tabelach [...].

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

BD

**Zadanie 3. (0–1)**

<b>Podstawa programowa 2012</b>		<b>Podstawa programowa 2017</b>	
<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>	<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
III. Modelowanie matematyczne.	12. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 1) interpretuje 100% danej wielkości jako całość, 50% – jako połowę, 25% – jako jedną czwartą, 10% – jako jedną dziesiątą, a 1% – jako setną część danej wielkości liczbowej; 2) w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym oblicza procent danej wielkości w stopniu trudności typu 50%, 10%, 20%.	I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	KLASY VII i VIII V. Obliczenia procentowe. Uczeń: 5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach wielokrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

PP

**Zadanie 4. (0–1)**

<b>Podstawa programowa 2012</b>		<b>Podstawa programowa 2017</b>	
<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>	<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	2. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 7) rozpoznaje liczby naturalne podzielne przez 2, 3, 5, 9, 10, 100; 9) rozkłada liczby dwucyfrowe na czynniki pierwsze.	I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	KLASY IV–VI II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 7) rozpoznaje liczby podzielne przez 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100; 13) znajduje największy wspólny dzielnik (NWD) [...] oraz wyznacza najmniejszą wspólną wielokrotność dwóch liczb naturalnych metodą rozkładu na czynniki; 14) rozpoznaje wielokrotności danej liczby [...].

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

C

**Zadanie 5. (0–1)**

<b>Podstawa programowa 2012</b>		<b>Podstawa programowa 2017</b>	
<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>	<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	14. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	Klasy IV–VI XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 4) oblicza pola wielokątów metodą podziału na mniejsze wielokąty lub uzupełniania do większych wielokątów [...]. XIV. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

FF

**Zadanie 6. (0–1)**

<b>Podstawa programowa 2012</b>		<b>Podstawa programowa 2017</b>	
<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>	<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
III. Modelowanie matematyczne.	12. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i danym czasie, prędkość przy danej drodze i danym czasie, czas przy danej drodze i danej prędkości; stosuje jednostki prędkości: km/h, m/s. 2. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 6) porównuje różnicowo i ilorazowo liczby naturalne.	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	Klasy IV–VI XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i czasie, prędkość przy danej drodze i czasie, czas przy danej drodze i prędkości oraz stosuje jednostki prędkości km/h i m/s. II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 6) porównuje liczby naturalne z wykorzystaniem ich różnicy lub ilorazu.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

C

**Zadanie 7. (0–1)**

<b>Podstawa programowa 2012</b>		<b>Podstawa programowa 2017</b>	
<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>	<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.	4. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 11) zaokrągla ułamki dziesiętne. 1. Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym. Uczeń: 3) porównuje liczby naturalne.	IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	KLASY IV–VI I. Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym. Uczeń: 3) porównuje liczby naturalne; 4) zaokrągla liczby naturalne. XIV. Zadania tekstowe. Uczeń: 3) dostrzeżę zależności między podanymi informacjami.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

B3



**Zadanie 8. (0–1)**

<b>Podstawa programowa 2012</b>		<b>Podstawa programowa 2017</b>	
<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>	<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
		I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	KLASY VII i VIII II. Pierwiastki. Uczeń: 2) szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

BD

**Zadanie 9. (0–1)**

<b>Podstawa programowa 2012</b>		<b>Podstawa programowa 2017</b>	
<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>	<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
		III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY VII i VIII XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

D

**Zadanie 10. (0–1)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
		II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 2) przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na rzucie monetą, rzucie sześcienną kostką do gry, rzucie kostką wielościenną lub losowaniu kuli spośród zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

**Zasady oceniania**

**1 pkt** – poprawna odpowiedź.

**0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

FF

**Zadanie 11. (0–1)**

<b>Podstawa programowa 2012</b>		<b>Podstawa programowa 2017</b>	
<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>	<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
III. Modelowanie matematyczne.	6. Elementy algebry. Uczeń: 2) stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkośćmi liczbowymi i zapisuje proste wyrażenie algebraiczne na podstawie informacji [...].	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	Klasy IV–VI VI. Elementy algebry. Uczeń: 2) stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkośćmi liczbowymi i zapisuje proste wyrażenia algebraiczne na podstawie informacji [...].

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

C

**Zadanie 12. (0–1)**

<b>Podstawa programowa 2012</b>		<b>Podstawa programowa 2017</b>	
<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>	<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
III. Modelowanie matematyczne.	9. Wielokąty, koła, okręgi. Uczeń: 1) rozpoznaje i nazywa trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne, równoboczne i równoramienne; 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów trójkąta.	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY IV–VI IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń: 1) rozpoznaje i nazywa trójkąty ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne, równoboczne i równoramienne; 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

FP

**Zadanie 13. (0–1)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
		II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych.	KLASY VII i VIII X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń: 4) znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

A

**Zadanie 14. (0–1)**

<b>Podstawa programowa 2012</b>		<b>Podstawa programowa 2017</b>	
<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>	<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.	11. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 4) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi.	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY IV–VI XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 5) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

AD

**Zadanie 15. (0–1)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.	10. Bryły. Uczeń: 1) rozpoznaje graniastosłupy proste, ostrosłupy, walce, stożki i kule w sytuacjach praktycznych i wskazuje te bryły wśród innych modeli brył. 14. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.	IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	KLASY IV–VI X. Bryły. Uczeń: 1) rozpoznaje graniastosłupy proste, ostrosłupy, walce, stożki i kule w sytuacjach praktycznych i wskazuje te bryły wśród innych modeli brył. KLASY VII i VIII XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych [...]; 3) oblicza objętości i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych [...].

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

FF



**Zadanie 16. (0–2)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	11. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 2) oblicza pola: kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trójkąta, trapezu przedstawionych na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym) oraz w sytuacjach praktycznych.	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	Klasy VII i VIII IX. Wielokąty. Uczeń: 2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu, a także do wyznaczania długości odcinków [...].

**Przykładowe rozwiązania****I sposób**

$x$  – długość odcinka  $KB$

$$7 \cdot 8 = 4 \cdot \frac{7 \cdot (3,2 + x)}{2}$$

$$x = 0,8 \text{ (cm)}$$

Odpowiedź: Odcinek  $KB$  ma długość 0,8 cm.

**II sposób**

$$7 \cdot 8 : 4 = 14$$

$$14 \cdot 2 = 28$$

$$28 : 7 = 4$$

$$4 - 3,2 = 0,8$$

Odpowiedź: Odcinek  $KB$  ma długość 0,8 cm.

**III sposób**

$x$  – długość odcinka  $KB$

$$2 \cdot 3,2 + 2x = 8$$

$$2x = 1,6$$

$$x = 0,8$$

Odpowiedź: Odcinek  $KB$  ma długość 0,8 cm.

### Zasady oceniania

#### 2 punkty – pełne rozwiązanie

obliczenie długości odcinka  $KB$  (0,8 cm)

#### 1 punkt

opisanie na dwa sposoby pola trapezu  $KBCL$ : za pomocą wyrażenia algebraicznego (np.  $\frac{7 \cdot (3,2 + KB)}{2}$ ) i liczbowo w zależności od długości boków prostokąta

$ABCD$  (np.  $0,25 \cdot 7 \cdot 8$ )

lub

opisanie na dwa sposoby pola trapezu  $AKLD$ : za pomocą wyrażenia algebraicznego z uwzględnieniem długości odcinka  $KB$  (np.  $\frac{7 \cdot (4,8 + 8 - KB)}{2}$ ) i liczbowo

w zależności od długości boków prostokąta  $ABCD$  (np.  $0,75 \cdot 7 \cdot 8$ )

lub

przedstawienie poprawnego sposobu obliczenia długości odcinka  $KB$  (sposób III)

#### 0 punktów

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

#### Uwaga:

Jednostki nie podlegają ocenie.

**Zadanie 17. (0–2)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.	14. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody. 12. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 4) wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach.	IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	Klasy VII i VIII XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 1) wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania.

**Przykładowe rozwiązania****I sposób**

miesiąc	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

36 osób możemy rozdzielić tak, by w każdym miesiącu urodziły się co najwyżej 3 osoby. W zajęciach uczestniczy 37 osób, zatem trzydziesta siódma osoba będzie czwartą w jednym z miesięcy roku.

W każdym innym przypadku będzie więcej miesięcy w roku, w których urodziły się co najmniej 4 osoby.

**II sposób**

$3 \cdot 12 = 36$  – rozdzielenie po 3 osoby na każdy miesiąc

$37 - 36 = 1$

Ta 37. osoba musiała się urodzić w którymś z 12 miesięcy jako 4. osoba.

**III sposób**

$$37 : 12 = 3 \text{ r.} 1$$

$$3 + 1 = 4$$

W którymś miesiącu musiały się urodzić 4 osoby.

**IV sposób**

$$3 \cdot 11 = 33$$

$$37 - 33 = 4$$

W jednym z dwunastu miesięcy musiały się urodzić 4 osoby.

**Zasady oceniania****2 punkty – pełne rozwiązanie**

uzasadnienie, że w grupie 37 osób co najmniej cztery osoby urodziły się w tym samym miesiącu

**1 punkt**

przedstawienie poprawnego sposobu rozdzielenia po 3 osoby poszczególnym miesiącom roku

**0 punktów**

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

**Uwaga:**

Jeśli przy równomiernym rozdzielaniu po 3 osoby poszczególnym miesiącom roku uczeń przypisuje 37. osobę do konkretnego miesiąca i nie uogólnia wniosku, to otrzymuje 1 punkt.

**Zadanie 18. (0–2)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	11. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 4) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi. 14. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	Klasy IV–VI XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 5) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi. XIV. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

**Przykładowe rozwiązania****I sposób**

Najmniejszy możliwy prostopadłościan będzie miał wymiary 3 cm, 3 cm, 3 cm, a jego objętość jest równa  $3^3 = 27 \text{ (cm}^3\text{)}$ .

Objętość czterech ułożonych klocków jest równa  $4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 = 8 \text{ (cm}^3\text{)}$ .

Objętość dołożonych klocków jest równa  $27 - 8 = 19 \text{ (cm}^3\text{)}$ .

Sześcian o krawędzi 1 cm ma objętość  $1 \text{ cm}^3$ , zatem dołożono 19 klocków.

Odpowiedź: Trzeba dołożyć 19 sześciennych klocków o krawędzi 1 cm i wtedy powstanie sześcian o krawędzi 3 cm.

**II sposób**

Najmniejszy możliwy prostopadłościan to sześcian o krawędzi długości 3 cm.

Trzeba dołożyć:  $3 + 3 + 2 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 = 19$  klocków.

Odpowiedź: Trzeba dołożyć 19 sześciennych klocków o krawędzi 1 cm i wtedy powstanie sześcian o krawędzi 3 cm.

### **Zasady oceniania**

#### **2 punkty – pełne rozwiązanie**

obliczenie liczby sześciennych klocków oraz ustalenie wymiarów prostopadłościanu (19, 3 cm x 3 cm x 3 cm)

#### **1 punkt**

wyznaczenie liczby sześciennych klocków, które trzeba dołożyć (19)

lub

wyznaczenia wymiarów prostopadłościanu (3 cm x 3 cm x 3 cm)

#### **0 punktów**

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

**Zadanie 19. (0–3)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
		IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	Klasy IV–VI XIV. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody. Klasy VII i VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).

**Przykładowe rozwiązania****I sposób**

Krótszy bok

$$15 : 3 = 5 \text{ (cm)}$$

$5 : 1,4 \approx 3,57$  (cm) – maksymalna długość boku kwadratu

Ponieważ długość boku kwadratu ma wyrażać się całkowitą liczbą centymetrów, zatem może mieć maksymalnie 3 cm.

Dłuższy bok

$$18 : 4 = 4,5 \text{ (cm)}$$

$4,5 : 1,4 \approx 3,21$  (cm) – maksymalna długość boku kwadratu

Ponieważ długość boku kwadratu ma wyrażać się całkowitą liczbą centymetrów, zatem może mieć maksymalnie 3 cm.

Odpowiedź: Maksymalna długość boku kwadratu może wynosić 3 cm.

## II sposób

Krótszy bok

$$15 : 3 = 5 \text{ (cm)}$$

$$5 : 1,4 \approx 3,57 \text{ (cm)} - \text{maksymalna długość boku kwadratu}$$

Ponieważ długość boku kwadratu ma wyrażać się całkowitą liczbą centymetrów, zatem może mieć maksymalnie 3 cm.

Sprawdzam, ile kwadratów o boku długości 3 cm zmieści się na dłuższym boku kartki

$$3 \cdot 1,4 = 4,2 \text{ (cm)}$$

$$18 : 4,2 \approx 4,29 - \text{zmieszczą się 4 kwadraty}$$

Odpowiedź: Maksymalna długość boku kwadratu może wynosić 3 cm.

## III sposób

Dłuższy bok

$$18 : 4 = 4,5 \text{ (cm)}$$

$$4,5 : 1,4 \approx 3,21 \text{ (cm)} - \text{maksymalna długość boku kwadratu}$$

Ponieważ długość boku kwadratu ma wyrażać się całkowitą liczbą centymetrów, zatem może mieć maksymalnie 3 cm.

Sprawdzam, ile kwadratów o boku długości 3 cm zmieści się na krótszym boku kartki

$$3 \cdot 1,4 = 4,2 \text{ (cm)}$$

$$15 : 4,2 \approx 3,57 - \text{zmieszczą się 3 kwadraty}$$

Odpowiedź: Maksymalna długość boku kwadratu może wynosić 3 cm.

## IV sposób

$x$  – długość boku kwadratu

$$3x\sqrt{2} < 15, \text{ czyli } 3 \cdot 1,4 \cdot x = 4,2x < 15$$

$$4x\sqrt{2} < 18, \text{ czyli } 4 \cdot 1,4 \cdot x = 5,6x < 18, \text{ gdzie } x \text{ jest całkowitą liczbą cm}$$

Powyższe warunki spełniają liczby: 1, 2 i 3. Największą z nich jest 3.

Maksymalna długość boku kwadratu wynosi 3 cm.



## Zasady oceniania

### 3 punkty – pełne rozwiązanie

obliczenie maksymalnej długości boku kwadratu (3 cm)

### 2 punkty

przedstawienie poprawnego sposobu wyznaczenia długości boku kwadratu z uwzględnieniem obu boków prostokąta

lub

obliczenie maksymalnej długości boku kwadratu (3 cm) z uwzględnieniem tylko jednego boku prostokąta

### 1 punkt

przedstawienie poprawnego sposobu wyznaczenia długości boku kwadratu z uwzględnieniem krótszego boku prostokąta

lub

przedstawienie poprawnego sposobu wyznaczenia długości boku kwadratu z uwzględnieniem dłuższego boku prostokąta

lub

zapisanie wyrażeń algebraicznych opisujących sumę długości przekątnych kwadratów umieszczonych na jednym i na drugim boku kartki

### 0 punktów

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

**Zadanie 20. (0–3)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
		III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	Klasy VII i VIII V. Obliczenia procentowe. Uczeń: 3) oblicza, jaki procent danej liczby $b$ stanowi liczba $a$ ; 4) oblicza liczbę $b$ , której $p$ procent jest równe $a$ .

**Przykładowe rozwiązania****I sposób**

Jacek otrzymał 9 głosów, co stanowiło 36% wszystkich głosów.

9 głosów to 36%

1 głos to 4%

25 głosów to 100%

W wyborach głosowało 25 osób.

$25 - 9 = 16$  – głosy oddane na Helenę i Grześka

$16 - 6 = 10$

$10 : 2 = 5$  – tyle głosów otrzymał Grzesiek

$5 + 6 = 11$  – tyle głosów otrzymała Helena

**II sposób**

Jacek otrzymał 9 głosów, co stanowiło 36% wszystkich głosów.

$x$  – liczba oddanych głosów

$$0,36 \cdot x = 9$$

$$x = 25$$

$y$  – liczba głosów oddanych na Grzegorza

$y + 6$  – liczba głosów oddanych na Helenę

$$9 + y + y + 6 = 25$$

$$2y = 25 - 15$$

$$y = 5 - \text{tyle głosów otrzymał Grzegorz}$$

$$y + 6 = 11 - \text{tyle głosów otrzymała Helena}$$

Helena otrzymała 11 głosów, a Grzegorz otrzymał 5 głosów.

### III sposób

$$9 \text{ głosów} - 36\%$$

$$1 \text{ głos} - 4\%$$

$$6 \text{ głosów} - 24\%$$

$$x - \text{procent głosów oddanych na Grześka}$$

$$x + 24\% - \text{procent głosów oddanych na Helenę}$$

$$36\% + x + (x + 24\%) = 100\%$$

$$2x = 40\%$$

$$x = 20\% - \text{procent głosów oddanych na Grześka}$$

$$x + 24\% = 44\% - \text{procent głosów oddanych na Helenę}$$

$$20\% - 5 \text{ głosów}$$

$$44\% - 11 \text{ głosów}$$

Helena otrzymała 11 głosów, a Grzegorz otrzymał 5 głosów.

### Zasady oceniania

#### 3 punkty – pełne rozwiązanie

obliczenie liczby głosów oddanych na Grzegorza (5) i na Helenę (11)

#### 2 punkty

poprawny sposób obliczenia liczby głosów oddanych na Grzegorza i poprawny sposób obliczenia liczby głosów oddanych na Helenę  
lub

poprawny sposób ustalenia procentu liczby głosów oddanych na Grzegorza i poprawny sposób ustalenia procentu liczby głosów oddanych na Helenę

**1 punkt**

poprawny sposób obliczenia liczby wszystkich oddanych głosów  
lub

poprawny sposób obliczenia liczby głosów oddanych łącznie na Grzegorza i Helenę

**0 punktów**

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

**Zadanie 21. (0–3)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	12. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i danym czasie, prędkość przy danej drodze i danym czasie, czas przy danej drodze i danej prędkości; stosuje jednostki prędkości: km/h, m/s. 13. Elementy statystyki opisowej. Uczeń: 2) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, diagramach i na wykresach.	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	Klasy VII i VIII XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych. Klasy IV–VI XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i czasie, prędkość przy danej drodze i czasie, czas przy danej drodze i prędkości oraz stosuje jednostki prędkości km/h i m/s.

**Przykładowe rozwiązania:****I sposób**

Trasa pokonana pieszo:

Ania szła 10 min ( $\frac{1}{6}$  godziny) ze średnią prędkością  $6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , zatem pokonała trasę długości 1 km ( $\frac{1}{6} \cdot 6 = 1$ ).

Trasa przebyta autobusem:

Ania jechała autobusem od 8:15 do 9:30, czyli 1 h i 15 min =  $1 \frac{1}{4}$  h

$$1\frac{1}{4} \cdot 60 = 75 \text{ (km)}$$

Łączna długość trasy:  
 $1 \text{ km} + 75 \text{ km} = 76 \text{ km}$

Odpowiedź: Trasa pokonana przez Anię miała długość 76 km.

### II sposób

Pieszko szła 10 min z prędkością  $6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ,

6 km w 1 godzinę | : 6  
1 km w 10 min.

Autobusem jechała od 8.15 do 9.33 czyli 1 godzinę i 15 minut z prędkością  $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ,

1 godzina – 60 km | : 4  
15 minut – 15 km

Łączna długość trasy to:  $1 \text{ km} + 60 \text{ km} + 15 \text{ km} = 76 \text{ km}$

Odpowiedź: Trasa pokonana przez Anię miała długość 76 km.

### III sposób

$$s = v \cdot t$$

Zamiana jednostek:

$$10 \text{ min} = \frac{1}{6} \text{ h}$$

$$1 \text{ h i } 15 \text{ min} = 1\frac{1}{4} \text{ h}$$

Trasa pokonana pieszo:

$$s_1 = 6 \cdot \frac{1}{6} = 1 \text{ (km)}$$

Trasa przebyta autobusem:

$$s_2 = 60 \cdot 1\frac{1}{4} = 75 \text{ (km)}$$

Łączna długość trasy:

$$1 \text{ km} + 75 \text{ km} = 76 \text{ km}$$

Odpowiedź: Trasa pokonana przez Anię miała długość 76 km.

#### **IV sposób**

Pieszo: 8:00 – 8:10 – 10 minut

$$6 \text{ km/h} = 6 \text{ km}/60 \text{ min} = 0,1 \text{ km/min}$$

$$0,1 \text{ km/min} \cdot 10 \text{ min} = 1 \text{ km}$$

Autobusem: 8:15 – 9:30 – 1 h 15 min = 75 min

$$60 \text{ km/h} = 60 \text{ km}/60 \text{ min} = 1 \text{ km/min}$$

$$1 \text{ km/min} \cdot 75 \text{ min} = 75 \text{ km}$$

$$1 \text{ km} + 75 \text{ km} = 76 \text{ km}$$

Odpowiedź: Trasa pokonana przez Anię miała długość 76 km.

#### **Zasady oceniania**

##### **3 punkty – pełne rozwiązanie**

obliczenie łącznej trasy pokonanej przez Anię (76 km)

##### **2 punkty**

poprawny sposób obliczenia długości trasy przebytej pieszo i przebytej autobusem

##### **1 punkt**

poprawny sposób obliczenia długości trasy przebytej pieszo

lub

poprawny sposób obliczenia długości trasy pokonanej autobusem

**0 punktów**

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

**Uwaga:**

- Sytuację, w której uczeń wskazał właściwy odcinek (na wykresie) lub zapisał przedział godzinowy i na jego podstawie niewłaściwie ustalił czas ruchu, traktujemy jako błąd rachunkowy.
- Błędny sposób zamiany jednostek traktujemy jako błąd metody.