

<i>Rodzaj dokumentu:</i>	<b>Zasady oceniania rozwiązań zadań</b>
<i>Egzamin:</i>	<b>Egzamin ósmoklasisty</b>
<i>Przedmiot:</i>	<b>Matematyka</b>
<i>Formy arkusza:</i>	OMAP-700-2405
<i>Termin egzaminu:</i>	15 maja 2024 r.
<i>Data publikacji dokumentu:</i>	21 czerwca 2024 r.

### Zadanie 1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024 <sup>1</sup>	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach za pomocą [...] diagramów słupkowych [...]. VI. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 2) w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym oblicza procent danej wielkości [...]; 3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach [...].

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie

PP

### Zadanie 2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 2. Weryfikowanie i interpretowanie otrzymanych wyników oraz ocena sensowności rozwiązania.	IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 5) przedstawia ułamki niewłaściwe w postaci liczby mieszanej, a liczbę mieszaną w postaci ułamka niewłaściwego.

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie

B

<sup>1</sup> Rozporządzenie Ministra Edukacji i Nauki z dnia 15 lipca 2022 r. w sprawie wymagań egzaminacyjnych dla egzaminu ósmoklasisty przeprowadzanego w roku szkolnym 2022/2023 i 2023/2024 (Dz.U. 2022 poz. 1591).

**Zadanie 3. (0–1)**

<b>Wymagania egzaminacyjne 2024</b>	
<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 2) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

PF

**Zadanie 4. (0–1)**

<b>Wymagania egzaminacyjne 2024</b>	
<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystywanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 12) porównuje ułamki (zwykłe [...]). V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 1) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych [...].

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

AC

### Zadanie 5. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	XVII. Wielokąty. Uczeń: 7) oblicza miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów i wielokątów.

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie

A

### Zadanie 6. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) i fizycznych (np. dotyczących prędkości, drogi i czasu).

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie

C

**Zadanie 7. (0–1)**

<b>Wymagania egzaminacyjne 2024</b>	
<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	VII. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń: 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich; 4) podnosi potęgę do potęgi.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

PP

**Zadanie 8. (0–1)**

<b>Wymagania egzaminacyjne 2024</b>	
<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XX. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 2) przeprowadza proste doświadczenia losowe [...] i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

C

### Zadanie 9. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 3. Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.	X. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Uczeń: 3) mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany.

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie

D

### Zadanie 10. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystywanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	VI. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach [...].

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie

D

**Zadanie 11. (0–1)**

<b>Wymagania egzaminacyjne 2024</b>	
<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XIII. Proporcjonalność prosta. Uczeń: 2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej [...]. XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, za pomocą [...] wykresów [...].

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

PF

**Zadanie 12. (0–1)**

<b>Wymagania egzaminacyjne 2024</b>	
<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych.	XVIII. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń: 1) znajduje współrzędne danych [...] punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

A

### Zadanie 13. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.	IX. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń: 4) stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkośćmi liczbowymi i zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych. XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 2) zna najważniejsze własności [...] prostokąta [...].

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie

B

### Zadanie 14. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	XVII. Wielokąty. Uczeń: 5) stosuje wzory na pole trójkąta [...] przedstawionych[ego] na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych [...].

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie

PP



**Zadanie 15. (0–1)**

<b>Wymagania egzaminacyjne 2024</b>	
<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	IX. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi. Uczeń: 4) stosuje oznaczenia literowe nieznanych wielkości liczbowych i zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych. XIX. Geometria przestrzenna. Uczeń: 6) oblicza [...] pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

BC

## ZADANIA OTWARTE

### Uwagi ogólne

- Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne, spełniające warunki zadania.
- Za rozwiązanie zadania na danym etapie uczeń może otrzymać punkty tylko wtedy, gdy przedstawia poprawne sposoby rozwiązania na wszystkich wcześniejszych etapach.
- Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania uczeń popełnia jeden lub więcej błędów rachunkowych (albo błąd przepisania wartości poprawnie zidentyfikowanej danej albo wartości z wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne sposoby rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i **nie wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i **wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
- Jeżeli w zadaniach 16., 17., 18. i 19. uczeń podaje tylko poprawny końcowy wynik, to otrzymuje 0 punktów.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych zasad oceniania dopuszcza się:
  1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6–9)
  2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
  3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
  4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe)
  5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
  6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
  7. niekończenie wyrazów
  8. problemy z zapisywaniem jednostek (np. °C – OC)
  9. błędy w przepisywaniu
  10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
  11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np.  $x^2 - x_2$ ,  $m_2 - m^2$ ).
- Uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora może otrzymać punkty za rozwiązanie zadania na danym etapie tylko wtedy, gdy przedstawi poprawne sposoby rozwiązania.
- Jeżeli uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora zapisze poprawny sposób rozwiązania zadania, ale w wyniku końcowym zapisze błędną wartość liczbową, to traktujemy to jako błąd rachunkowy.

**Zadanie 16. (0–2)**

<b>Wymagania egzaminacyjne 2024</b>	
<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XXII. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje zdobytą wiedzę z zakresu arytmetyki [...] oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody. XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą [...]. IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka.

**Zasady oceniania****2 punkty – pełne rozwiązanie**

- poprawny sposób obliczenia liczby elementów w jednym pudełku puzzli, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy (600)  
*LUB*
- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych liczb elementów w jednym pudełku puzzli, w tym dla liczby 600 **oraz** wskazanie poprawnej liczby elementów w jednym pudełku puzzli (600),  
*LUB*
- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania tylko dla liczby 600 **oraz** wskazanie poprawnej liczby elementów w jednym pudełku puzzli (600).

**1 punkt**

- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia liczby elementów w jednym pudełku puzzli, np.

$$\frac{2}{5}x + \frac{1}{3}x = 440 \quad \text{lub zapisy równoważne}$$

albo

$$\frac{3}{5}x + \frac{2}{3}x = 2x - 440 \quad \text{lub zapisy równoważne}$$

*LUB*

- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia liczby elementów w jednym pudełku puzzli z zastosowaniem własności wielkości wprost proporcjonalnych, np.

$$\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3}\right) \text{ to } 440 \text{ oraz } 1 \text{ to } x \text{ oraz } x = 440 : \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3}\right)$$

albo

$$\frac{11}{15} \text{ to } 440 \text{ oraz } \frac{4}{15} \text{ to } y \text{ oraz } \frac{11}{15} : \frac{4}{15} = 440 : y$$

albo

$$\frac{11}{15} \text{ to } 440 \text{ oraz } \frac{1}{15} \text{ to } \frac{440}{11},$$

LUB

- zastosowanie niepełnej metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla przyjętych co najmniej dwóch różnych liczb elementów w jednym pudełku puzzli **innych od liczby** 600,  
LUB
- zastosowanie niepełnej metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla przyjętych co najmniej dwóch różnych liczb elementów w jednym pudełku puzzli w tym **dla liczby** 600, ale bez wskazania poprawnej liczby elementów w jednym pudełku puzzli,  
LUB
- zastosowanie niepełnej metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla liczby 600 oraz kontynuacja rozwiązania zadania bez wskazania poprawnej liczby elementów w jednym pudełku puzzli.

### 0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

### Uwagi

1. Jeżeli uczeń w wyniku zastosowania poprawnego sposobu rozwiązania zadania otrzymuje liczbę 600, a następnie kontynuuje rozwiązanie zadania i z rozwiązania zadania nie wynika, że liczba 600 jest liczbą elementów w jednym pudełku puzzli, to otrzymuje 1 punkt.
2. Jeżeli uczeń w prezentowanych sposobach rozwiązania zadania (np. określonych w kryterium za 1 punkt) posługuje się przybliżeniami ułamków zwykłych, to za rozwiązanie zadania otrzymuje 0 punktów.

### Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

#### I sposób

$x$  – liczba elementów w jednym pudełku puzzli

$\frac{2}{5}x$  – liczba elementów, które ułożyła Ela

$\frac{1}{3}x$  – liczba elementów, które ułożyła Ania

Zapišemy i rozwiążemy równanie prowadzące do obliczenia liczby elementów w jednym pudełku puzzli:

$$\frac{2}{5}x + \frac{1}{3}x = 440$$

$$\frac{11}{15}x = 440$$

$$x = 600$$

Odpowiedź: W jednym pudełku puzzli było 600 elementów.

### II sposób

Zapišemy, jaką część puzzli ułożyły dziewczynki:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{11}{15}$$

Obliczymy, ile elementów było w jednym pudełku puzzli:

$$\frac{11}{15} \text{ pudełka puzzli to } 440 \text{ elementów}$$

$$\frac{1}{15} \text{ pudełka puzzli to } 40 \text{ elementów}$$

$$\frac{15}{15} \text{ pudełka puzzli to } 600 \text{ elementów}$$

Odpowiedź: W jednym pudełku puzzli było 600 elementów.

### III sposób

Zapišemy, jaką część puzzli ułożyły dziewczynki:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{11}{15}$$

Obliczymy, jaka część puzzli została do ułożenia:

$$1 - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$$

zatem

$$\frac{11}{15} \text{ pudełka puzzli to } 440 \text{ elementów, więc } \frac{4}{15} \text{ pudełka puzzli to } 160 \text{ elementów}$$

Obliczymy, ile elementów było w jednym pudełku puzzli:

$$440 + 160 = 600$$

Odpowiedź: W jednym pudełku puzzli było 600 elementów.

**IV sposób**

Metoda prób i błędów

	Liczba elementów w jednym pudełku puzzli		
	300	600	900
Liczba elementów ułożonych przez Elę	$\frac{2}{5} \cdot 300 = 120$	$\frac{2}{5} \cdot 600 = 240$	$\frac{2}{5} \cdot 900 = 360$
Liczba elementów ułożonych przez Anię	$\frac{1}{3} \cdot 300 = 100$	$\frac{1}{3} \cdot 600 = 200$	$\frac{1}{3} \cdot 900 = 300$
Łączna liczba elementów, które ułożyły dziewczynki	220	440	660
Wniosek	$220 < 440$ (za mało)	$440 = 440$ (dobrze)	$660 > 440$ (za dużo)

Odpowiedź: W jednym pudełku puzzli było 600 elementów.

**Zadanie 17. (0–3)**

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 4) zna i stosuje własności trójkątów równoramiennych (równość kątów przy podstawie); 6) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego). XVII. Wielokąty. Uczeń: 5) stosuje wzory na pole [...] prostokąta [...] przedstawionych[ego] na rysunku [...].

**Zasady oceniania****3 punkty – pełne rozwiązanie**poprawny sposób obliczenia długości boku  $DC$  oraz pola prostokąta  $ABCD$ , prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką ( $800 \text{ cm}^2$ ).**2 punkty**

- zastosowanie twierdzenia Pitagorasa do obliczenia długości odcinka  $AE$  **oraz** wskazanie równości długości odcinków  $AE$  i  $EC$  z wykorzystaniem własności trójkąta równoramiennego, np. zapisanie

$$|AE|^2 = 15^2 + 20^2 \quad \text{oraz} \quad |AE| = |EC|$$

LUB

- zapisanie, że długość odcinka  $AE$  jest równa 25 cm **oraz** zapisanie, że długość odcinka  $DC$  jest równa 40 cm (np. na rysunku) bez przedstawienia sposobów ich obliczenia,  
LUB
- zapisanie wzoru na pole prostokąta  $ABCD$  zgodnie z oznaczeniami **oraz** zastosowanie twierdzenia Pitagorasa do obliczenia długości odcinka  $AE$ , np.  
 $P_{ABCD} = (|EC| + 15) \cdot 20$  **oraz**  $|AE|^2 = 15^2 + 20^2$ ,  
LUB
- zapisanie wzoru na pole prostokąta  $ABCD$  zgodnie z oznaczeniami **oraz** wskazanie równości długości odcinków  $AE$  i  $EC$  z wykorzystaniem własności trójkąta równoramiennego, np.  
 $P_{ABCD} = (|EC| + 15) \cdot 20$  **oraz**  $|AE| = |EC|$ .

**1 punkt**

- poprawny sposób obliczenia długości odcinka  $AE$ , czyli poprawne zastosowanie twierdzenia Pitagorasa, np. zapisanie  
 $|AE|^2 = 15^2 + 20^2$   
LUB
- zapisanie, że długość odcinka  $AE$  jest równa 25 cm (np. na rysunku) bez przedstawienia sposobu jej obliczenia,  
LUB
- wskazanie równości długości odcinków  $AE$  i  $EC$  z wykorzystaniem własności trójkąta równoramiennego, np. zapisanie  
 $|AE| = |EC|$ ,  
LUB
- zapisanie wzoru na pole prostokąta  $ABCD$  zgodnie z oznaczeniami, np.  
 $P_{ABCD} = (|EC| + 15) \cdot 20$  lub zapisy równoważne.

**0 punktów**

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

**Uwagi**

1. Brak jednostki lub zapisanie niewłaściwej jednostki w wyniku końcowym traktuje się jako błąd rachunkowy.
2. Jeżeli uczeń bez wyznaczenia długości odcinka  $AE$  przyjmuje, że długość boku  $DC$  jest równa 40 cm oraz konsekwentnie do tego założenia stosuje poprawny wzór na pole prostokąta, to otrzymuje 1 punkt niezależnie od poprawności rachunkowej.

**Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty****I sposób**

Obliczymy długość przeciwprostokątnej  $AE$  trójkąta  $AED$ :

$$|AE|^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$$

$$|AE| = 25 \text{ (cm)}$$

Trójkąt  $ACE$  jest równoramienny (kąty przy podstawie  $AC$  mają taką samą miarę  $\alpha$ ), zatem:

$$|AE| = |EC|$$

$$|EC| = 25 \text{ (cm)}$$

Obliczmy długość boku  $DC$  prostokąta  $ABCD$ :

$$|DC| = 15 + 25 = 40 \text{ (cm)}$$

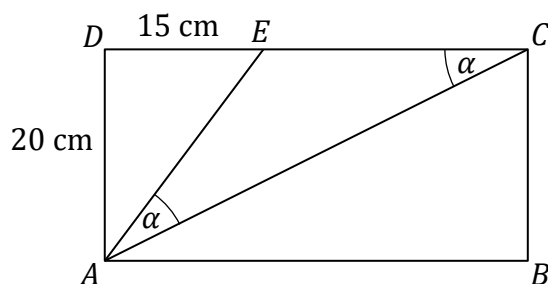
Obliczmy pole prostokąta  $ABCD$ :

$$P = 40 \cdot 20 = 800 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole prostokąta  $ABCD$  jest równe  $800 \text{ cm}^2$ .

## II sposób

Prostokąt  $ABCD$  jest podzielony na trzy trójkąty:  $AED$ ,  $ACE$ ,  $ABC$ .



Trójkąt  $AED$  jest prostokątny.

Obliczmy długość przeciwprostokątnej  $AE$  trójkąta  $AED$ :

$$|AE|^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$$

$$|AE| = 25 \text{ (cm)}$$

Trójkąt  $ACE$  jest równoramienny (kąty przy podstawie  $AC$  mają taką samą miarę  $\alpha$ ), zatem:

$$|AE| = |EC|$$

$$|EC| = 25 \text{ (cm)}$$

Zauważymy, że długość boku  $DC$  prostokąta jest równa sumie  $|EC| + 15 \text{ (cm)}$ .

$$|DC| = |EC| + 15 \text{ (cm)}$$

Obliczmy pole prostokąta  $ABCD$ :

$$P_{ABCD} = (|EC| + 15) \cdot 20$$

$$P_{ABCD} = (25 + 15) \cdot 20$$

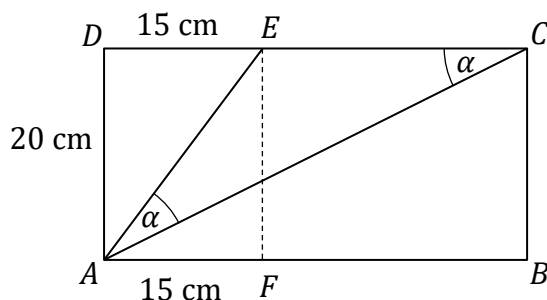
$$P_{ABCD} = 40 \cdot 20 = 800 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole prostokąta  $ABCD$  jest równe  $800 \text{ cm}^2$ .



**III sposób**

W prostokącie  $ABCD$  z punktu  $E$  poprowadzimy odcinek  $EF$  prostopadły do boku  $AB$ .



Zauważymy, że trójkąty  $AED$  oraz  $EAF$  są przystające i tworzą prostokąt  $AFED$ .  
Obliczmy pole prostokąta  $AFED$ :

$$P_{AFED} = 20 \cdot 15 = 300 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Obliczmy długość przeciwprostokątnej  $AE$ :

$$|AE|^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$$

$$|AE| = 25 \text{ (cm)}$$

W trójkącie  $ACE$  kąty przy podstawie  $AC$  mają taką samą miarę  $\alpha$ , więc jest on trójkątem równoramiennym, zatem:

$$|AE| = |EC|$$

$$|EC| = 25 \text{ (cm)}$$

Obliczmy pole prostokąta  $FBCE$ :

$$P_{FBCE} = |EC| \cdot |CB|$$

$$P_{FBCE} = 25 \cdot 20 = 500 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Pole prostokąta  $ABCD$  jest sumą pola prostokąta  $AFED$  i pola prostokąta  $FBCE$ :

$$P_{ABCD} = P_{AFED} + P_{FBCE}$$

$$P_{ABCD} = 300 + 500 = 800 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole prostokąta  $ABCD$  jest równe  $800 \text{ cm}^2$ .

### Zadanie 18. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 3. Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.	XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach za pomocą tabel [...]. XXII. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje zdobytą wiedzę z zakresu arytmetyki [...] oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

#### Zasady oceniania

##### 3 punkty – pełne rozwiązanie

zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia kwoty otrzymanej ze sprzedaży wszystkich truskawek, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy (2340 zł).

##### 2 punkty

- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia **kwoty** otrzymanej ze sprzedaży truskawek w dużych opakowaniach, np.

$$0,75 \cdot 120 \cdot 18$$

LUB

- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia **liczby** małych opakowań z truskawkami, np.

$$25\% \cdot 120 : 0,25,$$

LUB

- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia **masy** truskawek sprzedanych w małych opakowaniach **oraz** zapisanie poprawnego wyrażenia arytmetycznego prowadzącego do obliczenia **ceny** 1 kg truskawek sprzedawanych w małych opakowaniach, np.

$$0,25 \cdot 120 \quad \text{oraz} \quad 4 \cdot 6.$$

##### 1 punkt

- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia **masy** truskawek sprzedanych w jednym rodzaju opakowania, np.

$$0,75 \cdot 120$$

albo

$$0,25 \cdot 120$$

lub

zapisanie masy truskawek w dużych opakowaniach (90 kg) **oraz** w małych opakowaniach (30 kg) bez przedstawienia sposobów ich obliczenia  
**LUB**

- zapisanie poprawnych wyrażień arytmetycznych prowadzących do obliczenia **ceny** 1 kg truskawek, sprzedawanych w małych opakowaniach  
 lub  
 zapisanie ceny 1 kg truskawek w małych opakowaniach (24 zł) bez przedstawienia sposobu jej obliczenia.

### 0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

### Uwaga

Nie ocenia się stosowania jednostki.

### Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

#### I sposób

Masa truskawek sprzedanych w dużych i małych opakowaniach:

$$\text{duże} \quad 75\% \cdot 120 = 90 \text{ (kg)}$$

$$\text{małe} \quad 25\% \cdot 120 = 30 \text{ (kg)}$$

Liczba dużych i małych opakowań:

$$\text{duże} \quad 90$$

$$\text{małe} \quad 30 \cdot 4 = 120$$

Kwota otrzymana ze sprzedaży truskawek:

$$\text{duże} \quad 90 \cdot 18 = 1620 \text{ (zł)}$$

$$\text{małe} \quad 120 \cdot 6 = 720 \text{ (zł)}$$

Łączna kwota otrzymana ze sprzedaży truskawek:

$$1620 + 720 = 2340 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Pan Jan otrzymał ze sprzedaży truskawek 2340 zł.

### II sposób

Kwota otrzymana ze sprzedaży truskawek w dużych opakowaniach:

$$0,75 \cdot 120 \cdot 18 = 1620 \text{ (zł)}$$

Kwota otrzymana ze sprzedaży truskawek w małych opakowaniach:

$$25\% \cdot 120 \cdot 4 \cdot 6 = 720 \text{ (zł)}$$

Łączna kwota otrzymana ze sprzedaży truskawek:

$$1620 + 720 = 2340 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Pan Jan otrzymał ze sprzedaży truskawek 2340 zł.

### III sposób

Masa truskawek sprzedanych w dużych i małych opakowaniach:

duże  $0,75 \cdot 120 = 90 \text{ (kg)}$

małe  $0,25 \cdot 120 = 30 \text{ (kg)}$

Cena za 1 kg truskawek w dużych i małych opakowaniach:

duże 18 (zł)

małe  $4 \cdot 6 = 24 \text{ (zł)}$

Kwota otrzymana ze sprzedaży truskawek:

$$90 \cdot 18 + 30 \cdot 24 = 1620 + 720 = 2340 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Pan Jan otrzymał ze sprzedaży truskawek 2340 zł.

## Zadanie 19. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	XIX. Geometria przestrzenna. Uczeń: 6) oblicza objętości [...] ostrosłupów prawidłowych. XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych [...].

## Zasady oceniania

### 2 punkty – pełne rozwiązanie

poprawny sposób obliczenia różnicy wysokości między I i II wieżą, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką (2 cm).

### 1 punkt

zapisanie wzoru na objętość ostrosłupa z uwzględnieniem co najmniej jednej danej liczbowej (długości krawędzi podstawy ostrosłupa lub jego objętości), np.

$$V = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 9 \cdot H$$

albo

$$324 = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H$$

### 0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

### Uwaga

Nie ocenia się stosowania jednostki.

## Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

### I sposób

Obliczymy wysokość ostrosłupa, skorzystamy ze wzoru na jego objętość:

$$V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H$$

$$324 = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 9 \cdot H$$

$$324 = 27 \cdot H$$

$$H = \frac{324}{27}$$

$$H = 12 \text{ (cm)}$$

Obliczymy wysokości wież I i II:

$$\text{Wieża I: } 12 + 10 = 22 \text{ (cm)}$$

$$\text{Wieża II: } 10 + 10 = 20 \text{ (cm)}$$

Obliczymy różnicę wysokości między I i II wieżą:

$$22 - 20 = 2 \text{ (cm)}$$

Odpowiedź: Różnica wysokości między I i II wieżą jest równa 2 cm.

## II sposób

Obliczymy wysokość ostrosłupa, skorzystamy ze wzoru na jego objętość:

$$V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H$$

$$324 = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 9 \cdot H$$

$$324 = 27 \cdot H$$

$$H = \frac{324}{27}$$

$$H = 12 \text{ (cm)}$$

Ponieważ wieża I i II w podstawie mają klocki sześciennie o tych samych wymiarach, wystarczy porównać wysokość ostrosłupa i wysokość sześcianu.

Zatem różnica wysokości między I i II wieżą jest równa:

$$12 - 10 = 2 \text{ (cm)}$$

Odpowiedź: Różnica wysokości między I i II wieżą jest równa 2 cm.

## III sposób

Obliczymy pole podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego:

$$P_p = 9^2 = 81 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Przekształcimy wzór na objętość ostrosłupa i obliczymy jego wysokość:

$$V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H / \cdot 3$$

$$3 \cdot V = P_p \cdot H$$

$$H = \frac{3 \cdot V}{P_p}$$

$$H = \frac{3 \cdot 324 \text{ (cm}^3\text{)}}{81 \text{ (cm}^2\text{)}}$$

$$H = \frac{324 \text{ (cm}^3\text{)}}{27 \text{ (cm}^2\text{)}}$$

$$H = 12 \text{ (cm)}$$

Obliczymy wysokości wież I i II:

$$\text{Wieża I: } 12 + 10 = 22 \text{ (cm)}$$

$$\text{Wieża II: } 10 + 10 = 20 \text{ (cm)}$$

Obliczymy różnicę wysokości między I i II wieżą:

$$22 - 20 = 2 \text{ (cm)}$$

Odpowiedź: Różnica wysokości między I i II wieżą jest równa 2 cm.