

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Miejsce na naklejkę.

Sprawdź, czy kod na naklejce to
M-200.

Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

TEST DIAGNOSTYCZNY

Symbol arkusza

M-200-2412

DATA: **6 grudnia 2024 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **do 210 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

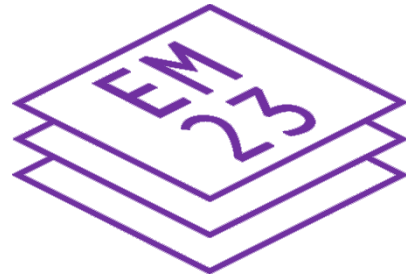
Uprawnienia zdającego do:

- dostosowania zasad oceniania
- dostosowania w zw. z dyskalkulią
- nieprzenoszenia odpowiedzi na kartę.




Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

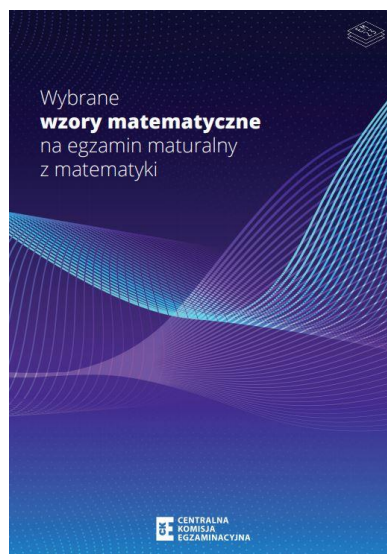
1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**,
tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi.
Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu
takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.





Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 43 strony (zadania 1–30).
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Symbol  zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi. Ocenie podlegają wyłącznie odpowiedzi zaznaczone na karcie odpowiedzi.
4. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części przeznaczony dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
10. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz z kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



**Zadania egzaminacyjne są wydrukowane
na następnych stronach.**

Zadanie 1. (1 pkt)



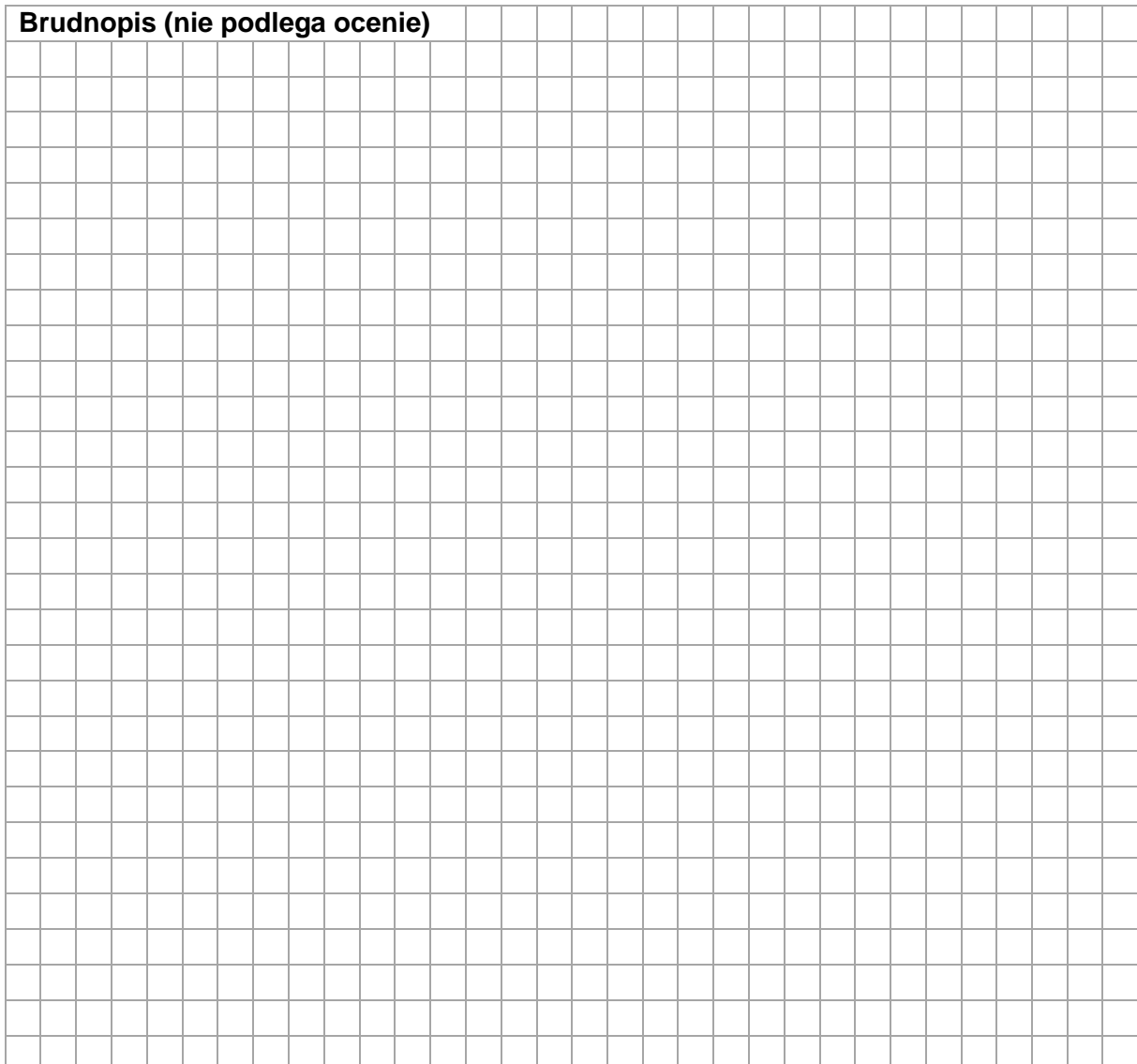
Liczby x_1 i x_2 są różnymi rozwiązaniami równania $|x + 4| = 7$.


Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma $x_1 + x_2$ jest równa

- A. (-14)
- B. (-8)
- C. 3
- D. 8

Brudnopis (nie podlega ocenie)



Zadanie 2. (1 pkt) 

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\left(\sqrt[5]{5} \cdot \frac{1}{5}\right)^{-5}$ jest równa

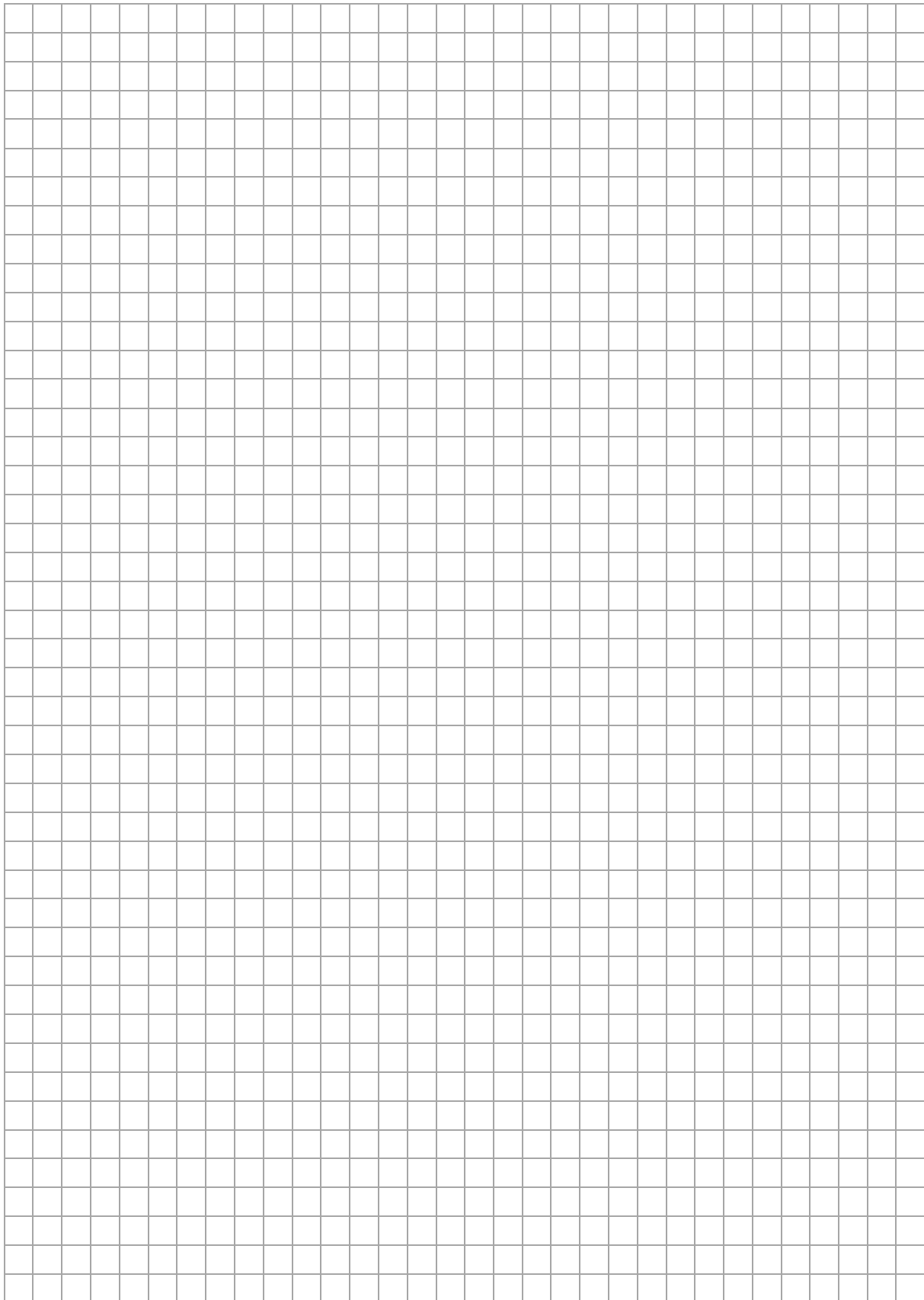
- A. 5^4
- B. 5^{-4}
- C. $5^{0,25}$
- D. $5^{-0,25}$

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Brudnopis (nie podlega ocenie)																			

Zadanie 3. (2 pkt)

Wykaż, że liczba $2^{100} + 4^{49} + 16^{24}$ jest podzielna przez 21.

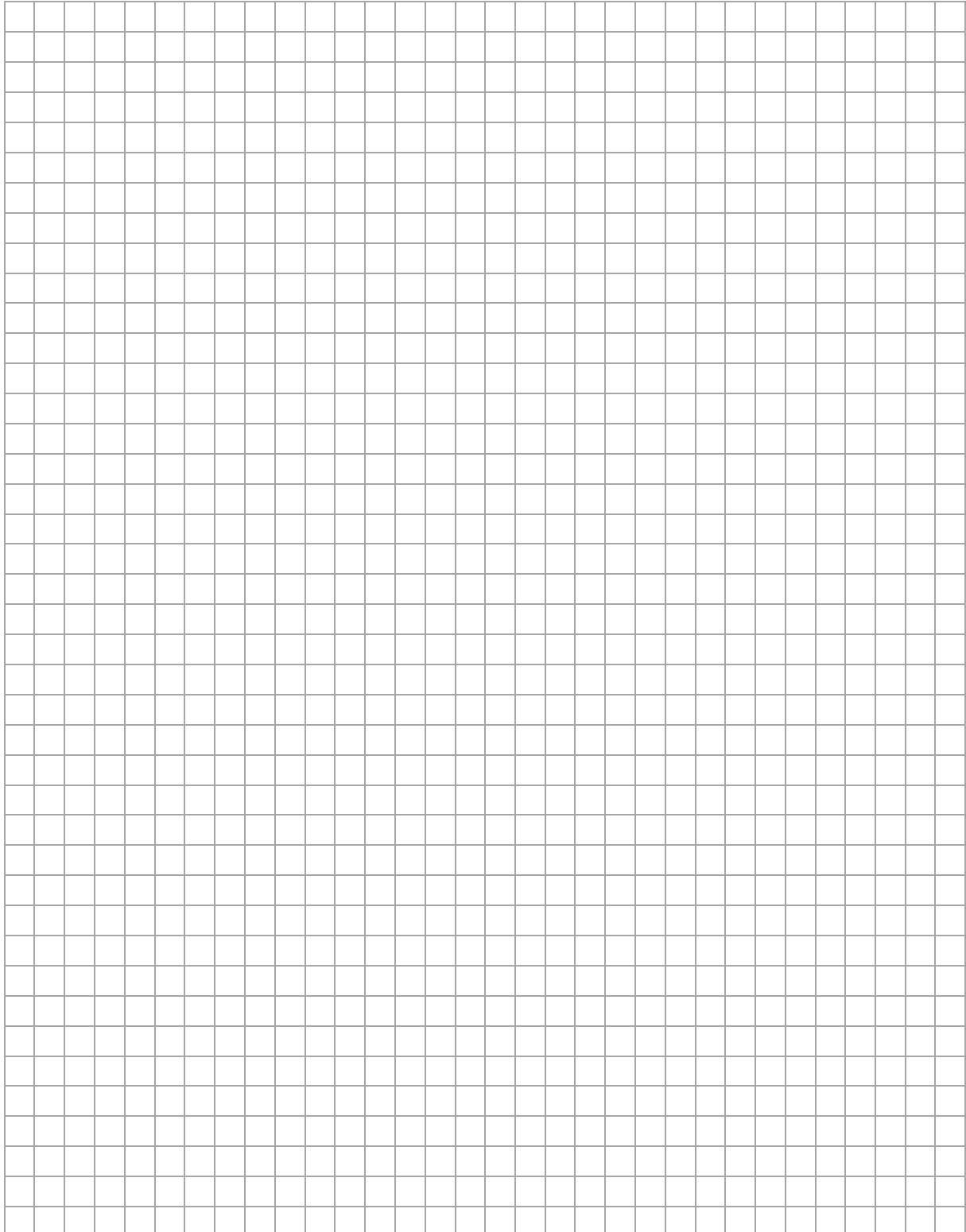


Zadanie 8. (3 pkt)

Rozwiąż równanie

$$\frac{x+3}{x-1} = \frac{x}{2x-2}$$

Zapisz konieczne założenie i obliczenia.

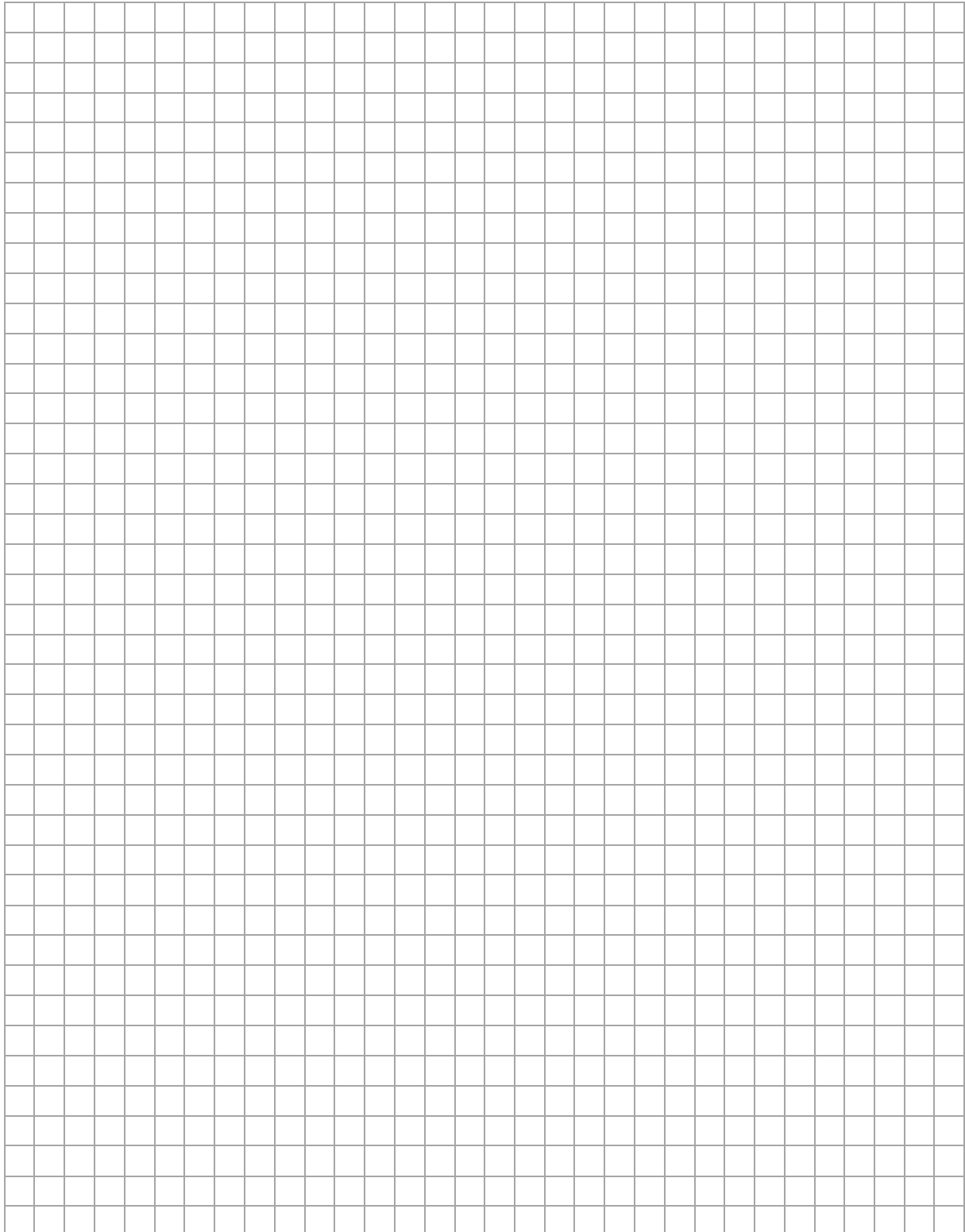


Zadanie 9. (2 pkt)

Rozwiąż nierówność

$$x(x - 6) \leq 7$$

Zapisz obliczenia.



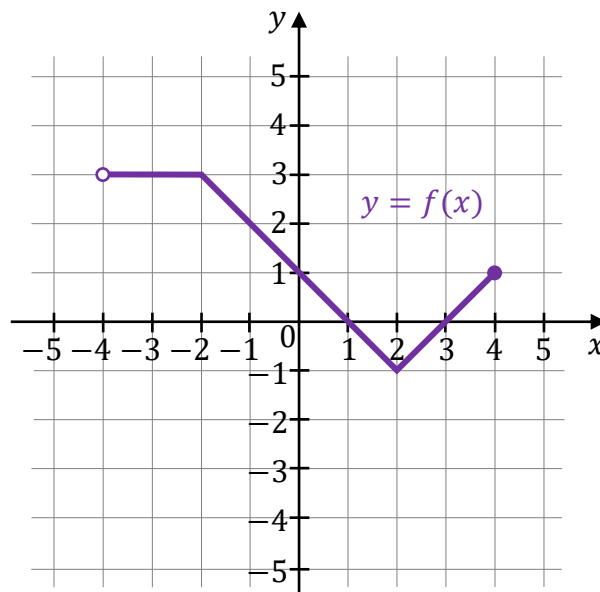
**Kolejne zadania egzaminacyjne są wydrukowane
na następnych stronach.**

Zadanie 10. (4 pkt)

Funkcja f jest określona następująco:

$$f(x) = \begin{cases} 3 & \text{dla } x \in (-4, -2] \\ -x + 1 & \text{dla } x \in (-2, 2] \\ x - 3 & \text{dla } x \in (2, 4] \end{cases}$$

Wykres funkcji $y = f(x)$ przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku poniżej.

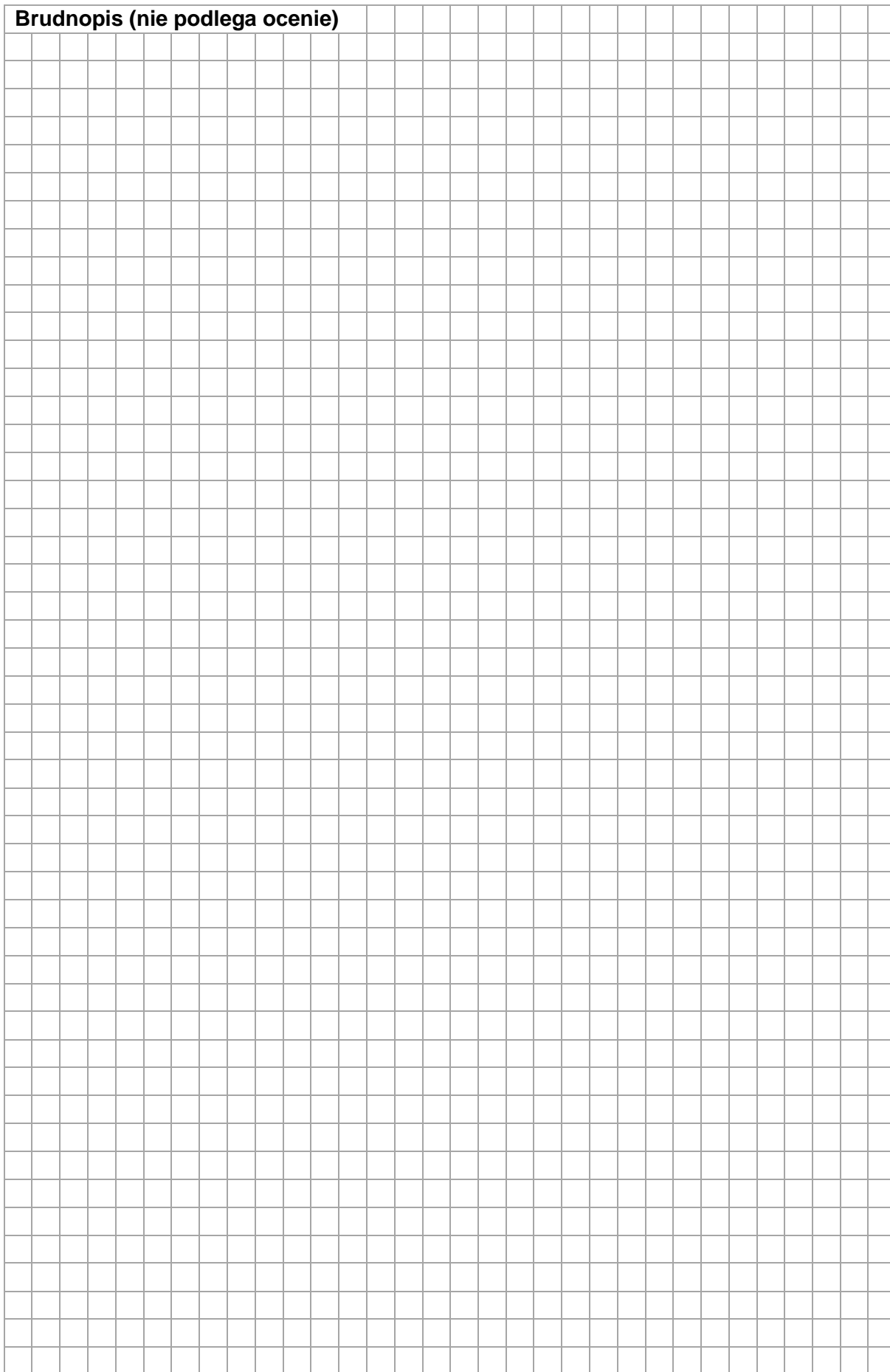



Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały w wy kropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

1. Dziedziną funkcji f jest przedział
2. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział
3. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości ujemne, jest przedział
4. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje największą wartość, jest przedział

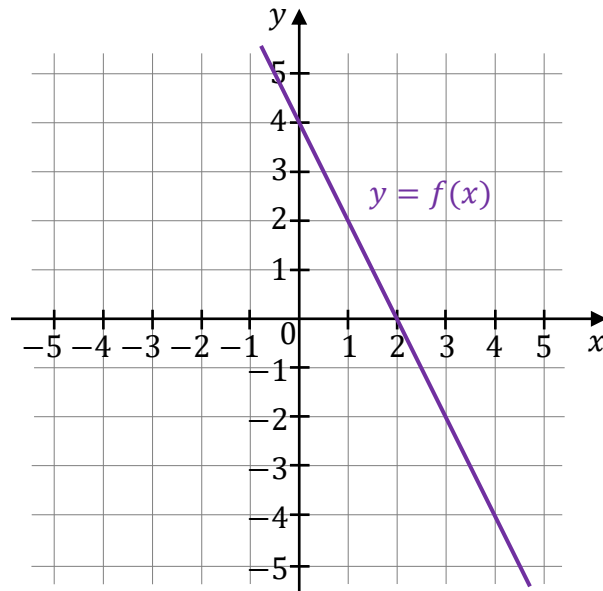


Brudnopis (nie podlega ocenie)



Zadanie 11. (1 pkt) 

Miejscem zerowym funkcji liniowej f jest liczba 2, a punkt przecięcia wykresu funkcji f z osią Oy kartezjańskiego układu współrzędnych (x,y) ma współrzędne $(0,4)$ (zobacz rysunek).



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Współczynnik kierunkowy prostej, która jest wykresem funkcji f , jest równy (-2) .	P	F
Pole trójkąta ograniczonego osiami kartezjańskiego układu współrzędnych (x,y) oraz wykresem funkcji f jest równe 8.	P	F

Brudnopis (nie podlega ocenie)



**Kolejne zadania egzaminacyjne są wydrukowane
na następnych stronach.**

Informacja do zadań 12.1.–12.3.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykresem funkcji kwadratowej f jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt $(3, 0)$. Ta parabola przechodzi przez punkt o współrzędnych $(0, -9)$.

Zadanie 12.1. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja f jest malejąca w przedziale

- A. $(-\infty, 0]$
- B. $(-\infty, 3]$
- C. $[0, +\infty)$
- D. $[3, +\infty)$

Brudnopis (nie podlega ocenie)																			

Zadanie 12.2. (2 pkt)

Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wykropkowanych miejscach.

Wzór funkcji f zapisano w odpowiedziach oznaczonych literami: oraz

- A. $f(x) = -x^2 - 9$
- B. $f(x) = -(x - 3)^2$
- C. $f(x) = -(x + 3)^2$
- D. $f(x) = -x^2 + 6x - 9$
- E. $f(x) = -x^2 - 6x + 9$
- F. $f(x) = -x^2 - 6x - 9$



Brudnopis (nie podlega ocenie)																			


Zadanie 12.3. (1 pkt)

Funkcja kwadratowa g jest określona za pomocą funkcji f następująco: $g(x) = f(x) - 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Funkcja g ma jedno miejsce zerowe.	P	F
W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) osią symetrii wykresu funkcji g jest prosta o równaniu $x = 3$.	P	F

Brudnopis (nie podlega ocenie)																			

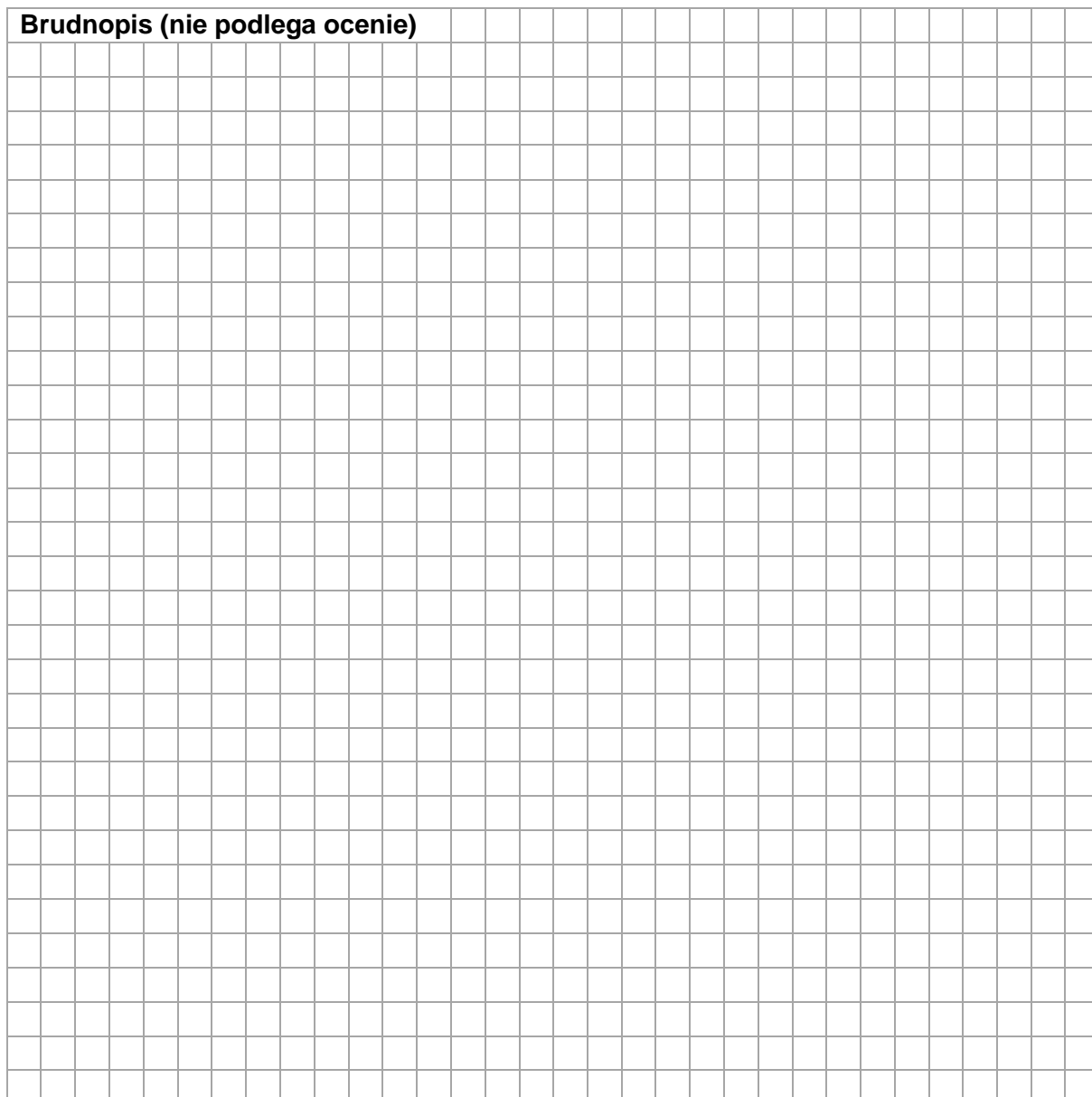
Zadanie 13. (1 pkt) 


Funkcja logarytmiczna f jest określona wzorem $f(x) = \log_6 x$ dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej x .

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Wartość funkcji f dla argumentu 36 jest równa 6.	P	F
Funkcja f jest rosnąca.	P	F

Brudnopis (nie podlega ocenie)



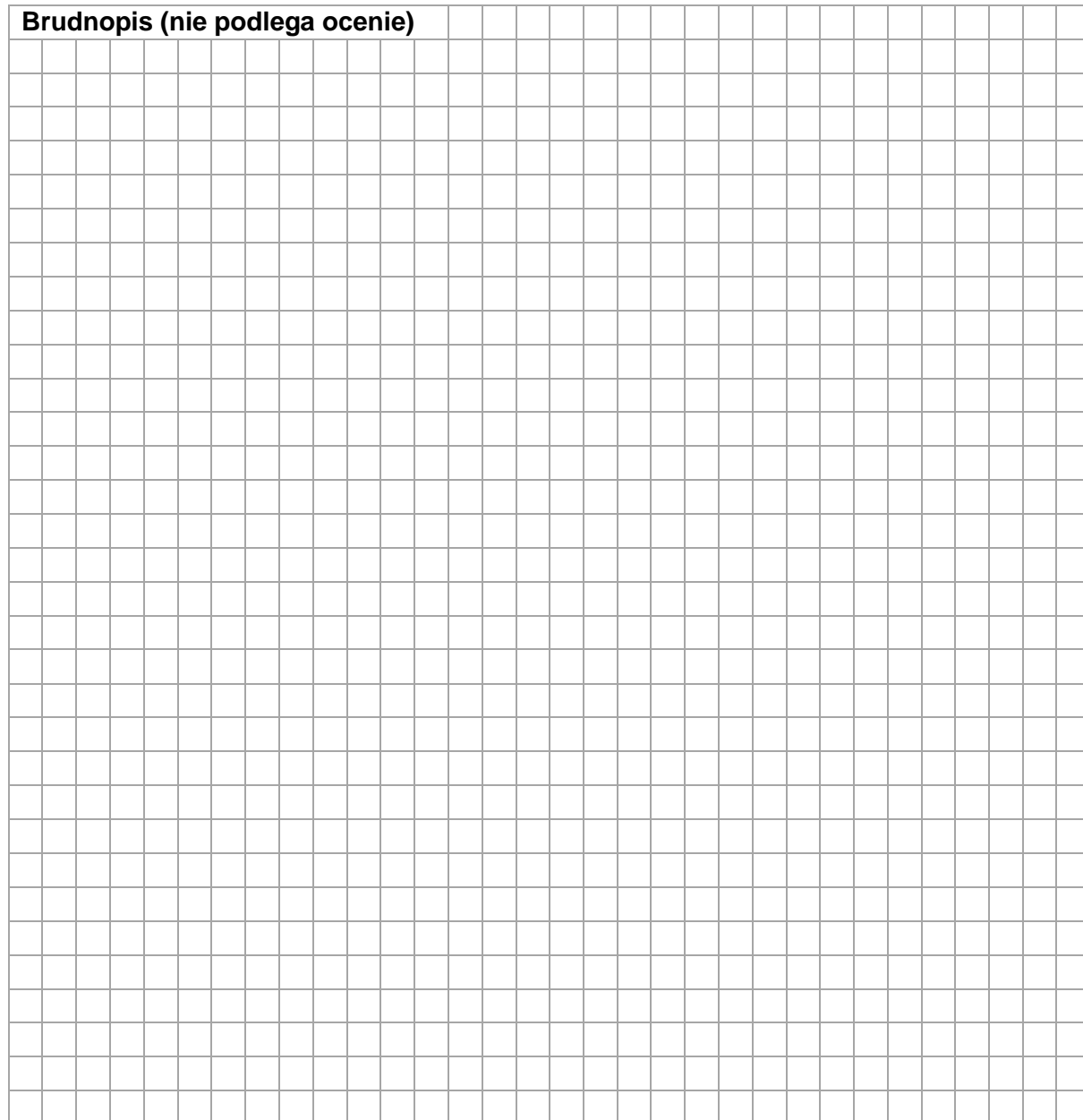
Zadanie 15. (1 pkt) 


Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Trzywyrazowy ciąg $(5m, 4 + 2m, m)$ jest arytmetyczny, gdy liczba m jest równa

- A. (-4)
- B. (-1)
- C. 1
- D. 4

Brudnopis (nie podlega ocenie)



Zadanie 17.2. (1 pkt) 

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta ostrego ADC jest równy

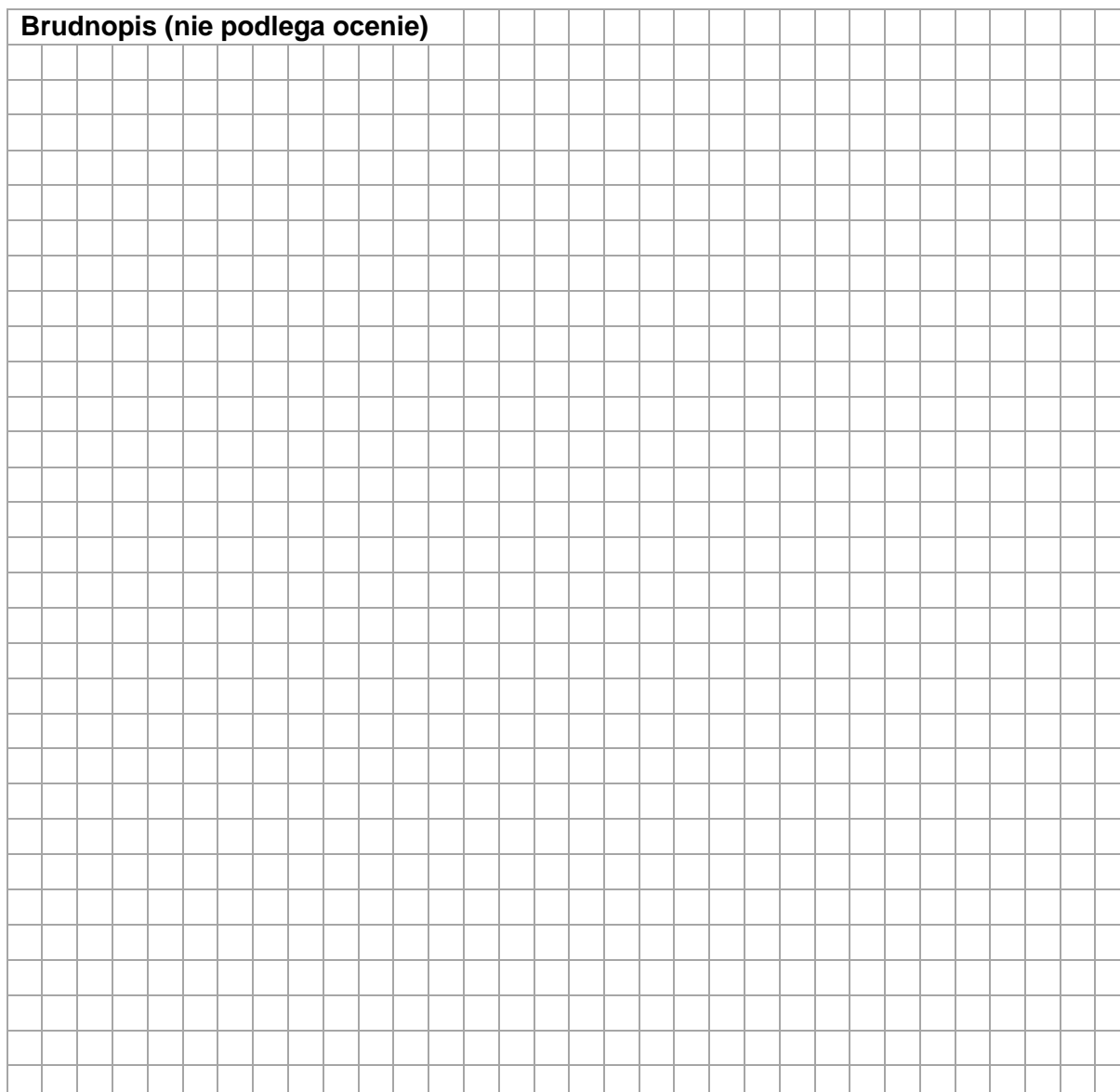
A. $\sqrt{15}$


B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{7}{8}$

D. $\frac{\sqrt{15}}{8}$

Brudnopis (nie podlega ocenie)

																															
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Zadanie 18. (1 pkt) 

Kąt o mierze α jest rozarty oraz $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Cosinus kąta o mierze α jest równy

- A. $\left(-\frac{\sqrt{13}}{4}\right)$
- B. $\left(-\frac{1}{2}\right)$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $\frac{\sqrt{13}}{4}$

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Bardzo duża siatka do brudnopisu.																								
-----------------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

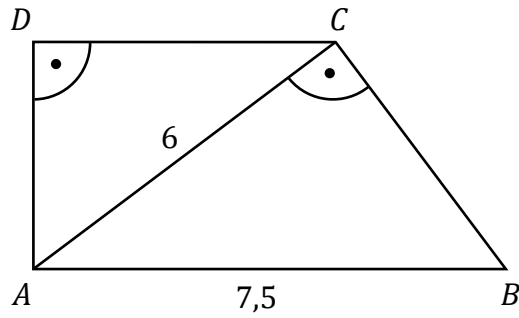


**Kolejne zadania egzaminacyjne są wydrukowane
na następnych stronach.**

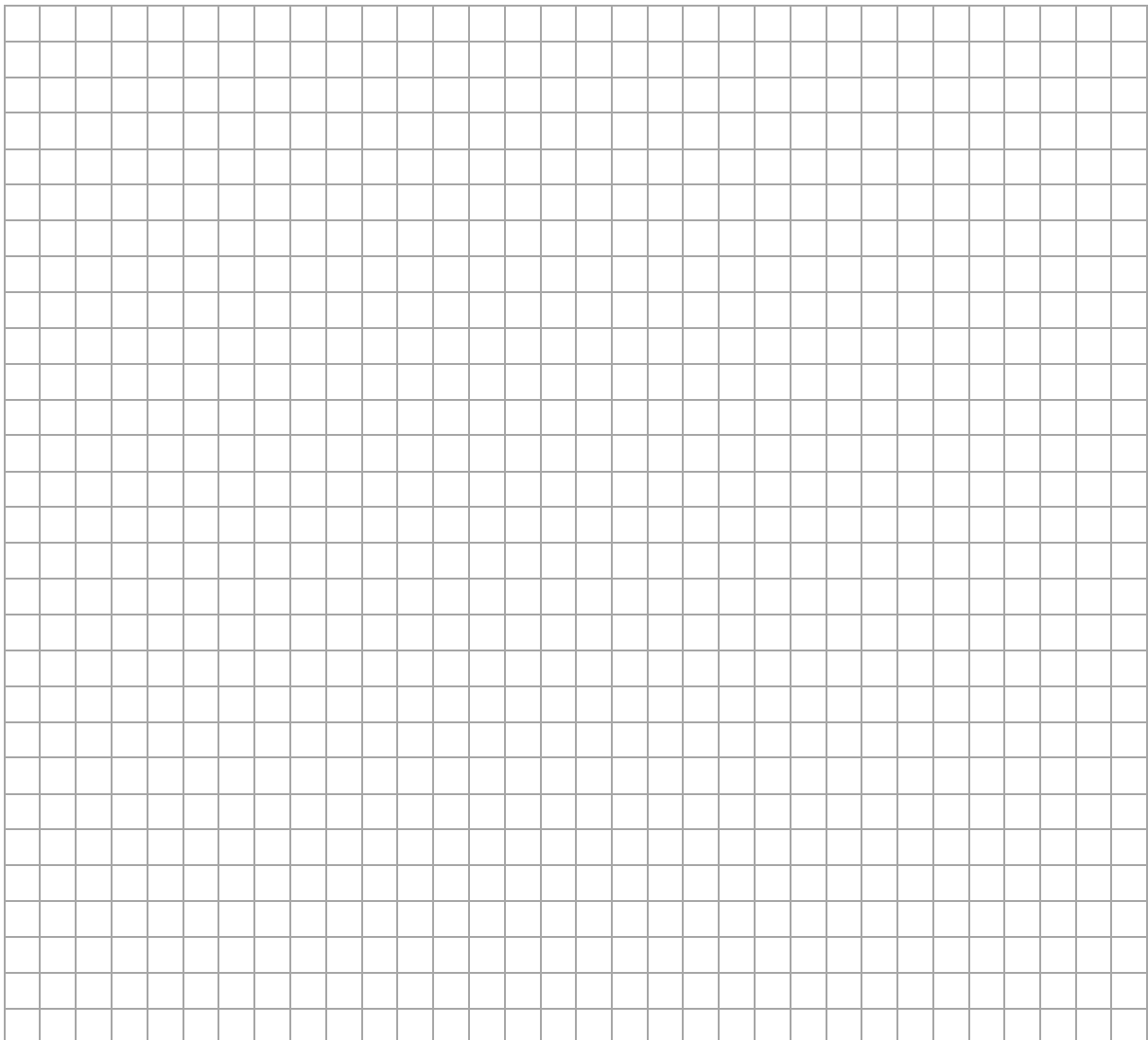
Zadanie 19. (4 pkt)

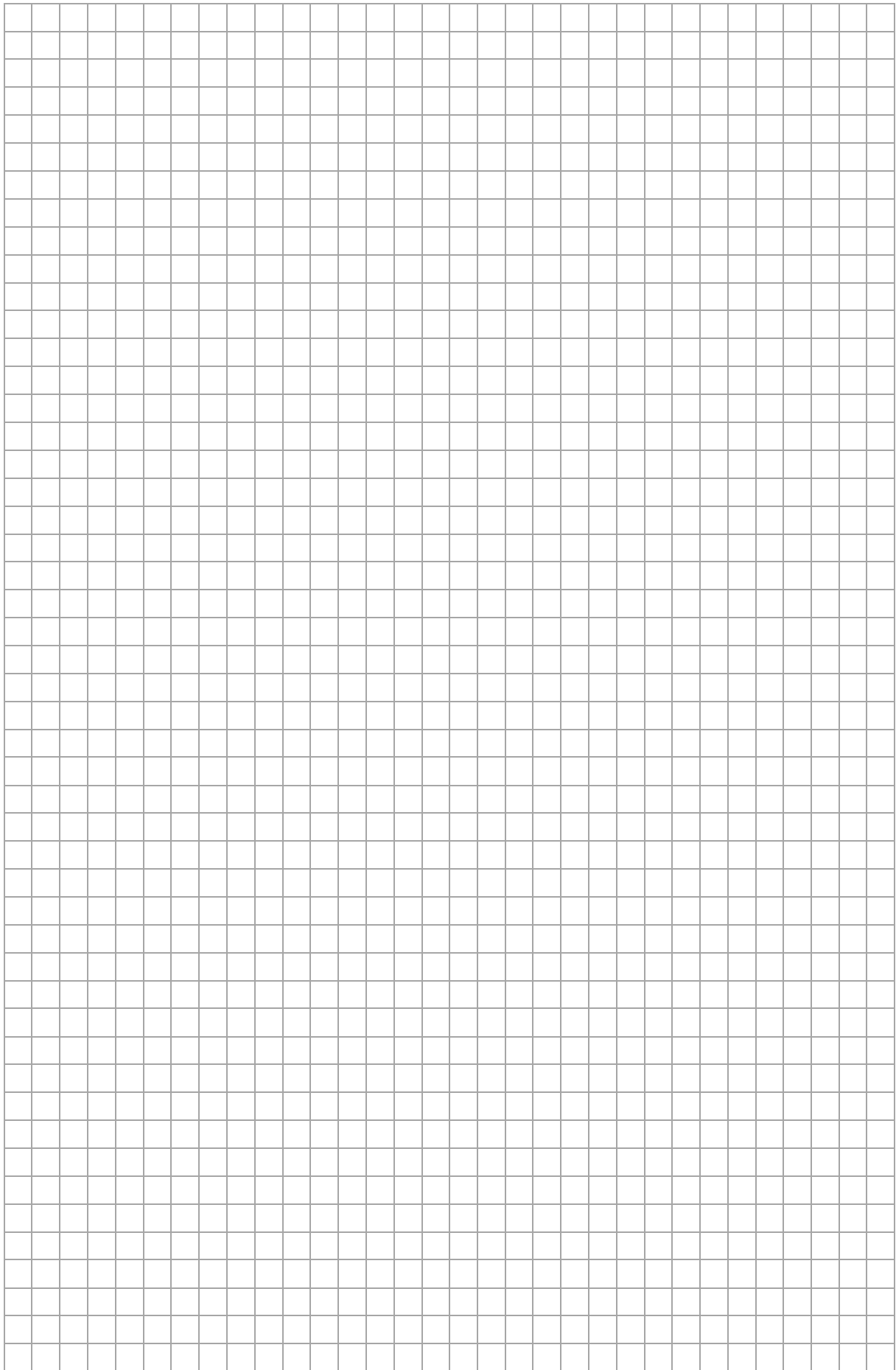
W trapezie prostokątnym $ABCD$ dłuższa podstawa AB ma długość $7,5$.


Krótsza przekątna AC ma długość równą 6 i dzieli trapez na dwa trójkąty prostokątne (zobacz rysunek).



Oblicz pole trapezu $ABCD$. Zapisz obliczenia.





Zadanie 21. (1 pkt) 

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkty $A = (-2, -1)$ oraz $C = (3, 4)$ są przeciwległymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$.


Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość boku kwadratu $ABCD$ jest równa

- A. 5
- B. 10
- C. $5\sqrt{2}$
- D. $\sqrt{10}$

Brudnopis (nie podlega ocenie)

Bardzo duża siatka do brudnopisu.																								
-----------------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Zadanie 22. (1 pkt) 

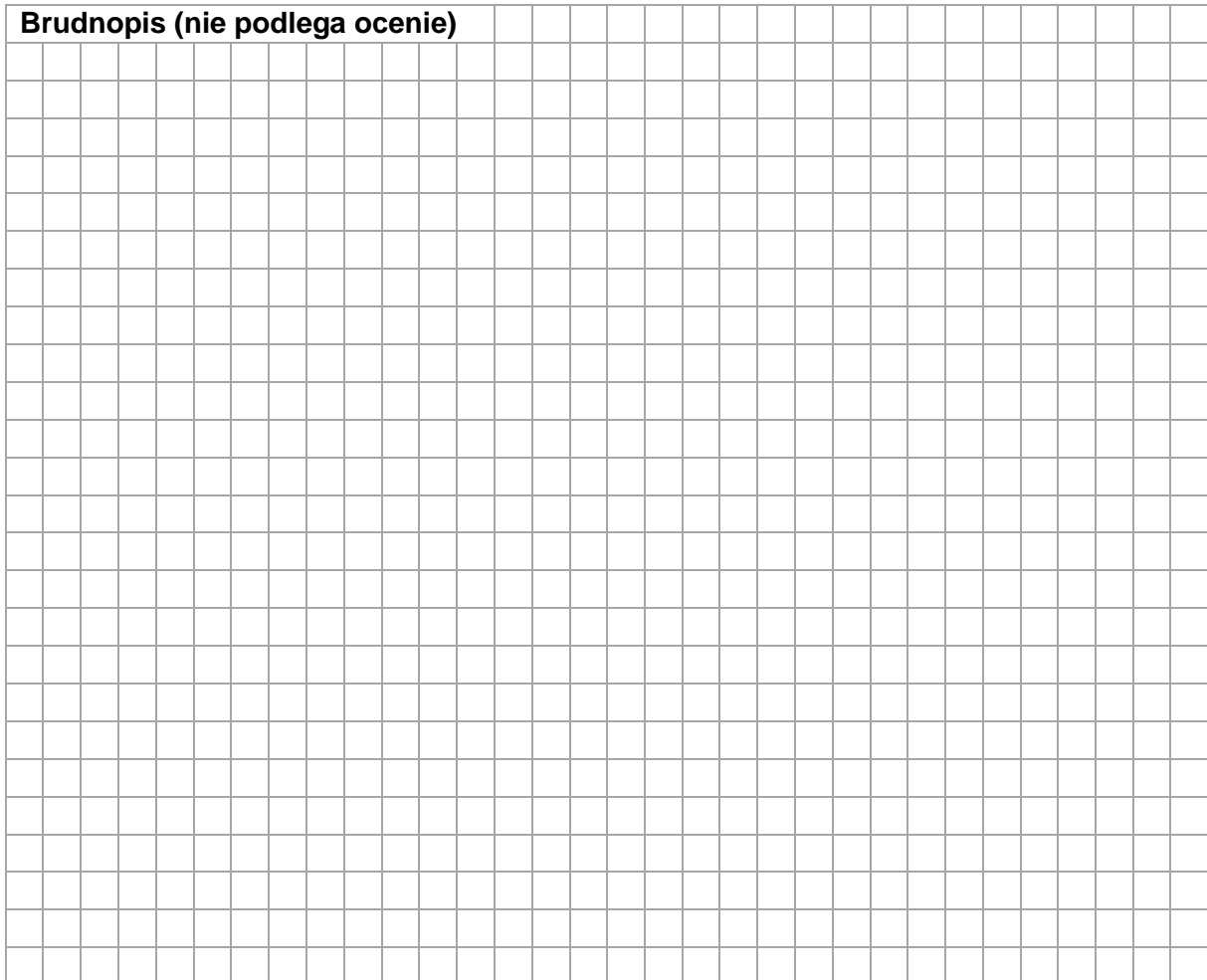
W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dana jest prosta k o równaniu $y = -7x + 3$. Prosta l jest równoległa do prostej k i przecina oś Oy w punkcie $(0, 6)$. Punkt o współrzędnych $(1, p)$ należy do prostej l .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba p jest równa

- A. (-4)
- B. (-1)
- C. $\frac{5}{7}$
- D. 7

Brudnopis (nie podlega ocenie)



Zadanie 23. (1 pkt)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są cztery okręgi: o_1, o_2, o_3, o_4 ,
o równaniach:

$$o_1: (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$$

$$o_2: (x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$$

$$o_3: (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$$

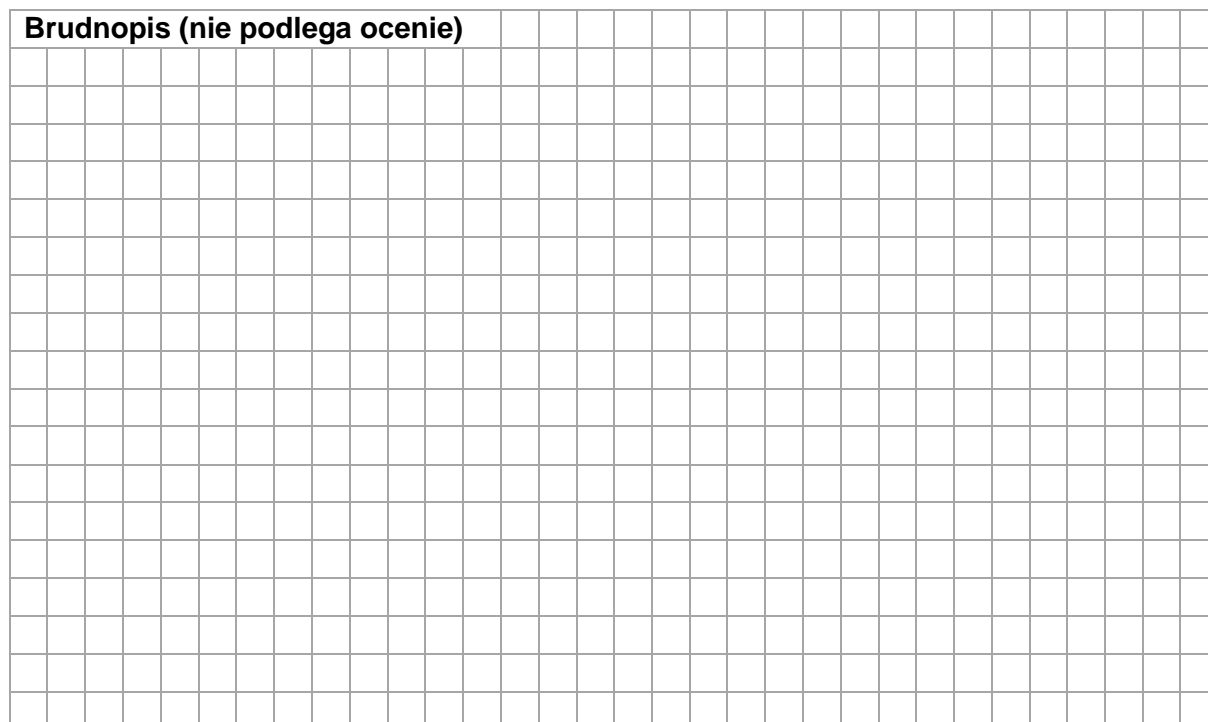
$$o_4: (x + 3)^2 + (y + 4)^2 = 16$$


Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okręgiem, który nie ma żadnego punktu wspólnego z osiami układu współrzędnych (x, y) ,
jest

- A. o_1
- B. o_2
- C. o_3
- D. o_4

Brudnopis (nie podlega ocenie)



Zadanie 25. (1 pkt) 

Długości trzech krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka prostopadłościanu są trzema kolejnymi parzystymi liczbami naturalnymi. Najdłuższa krawędź tego prostopadłościanu ma długość p .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość tego prostopadłościanu jest równa

- A. $p^3 - 3p^2 + 2p$
- B. $p^3 + 3p^2 + 2p$
- C. $p^3 - 6p^2 - 8p$
- D. $p^3 - 6p^2 + 8p$

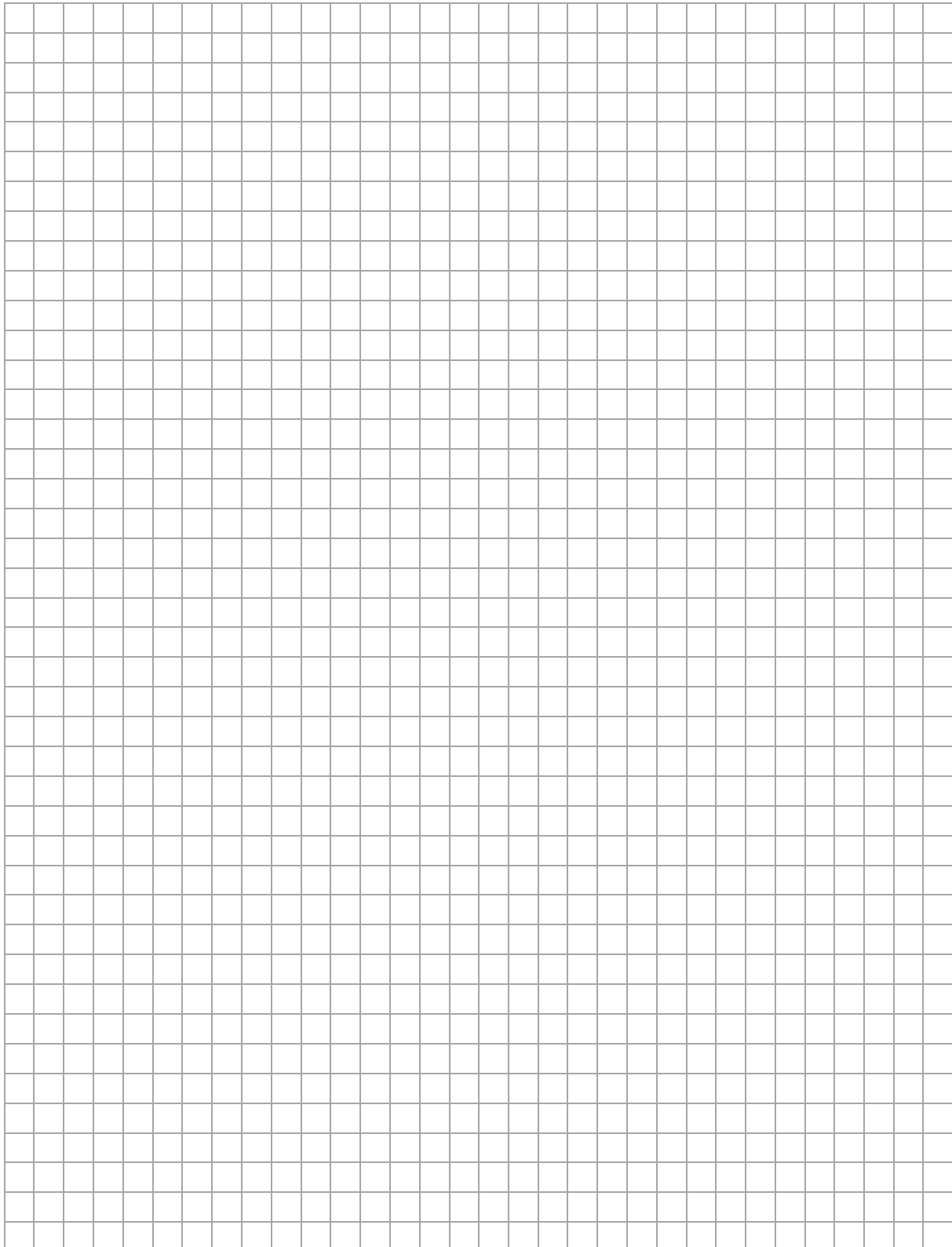
Brudnopis (nie podlega ocenie)


Bardzo duża siatka do brudnopisu.																								
-----------------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Zadanie 26. (2 pkt)

Objętość stożka o wysokości 2 jest równa 8π .

Oblicz miarę kąta rozwarcia tego stożka. Zapisz obliczenia.



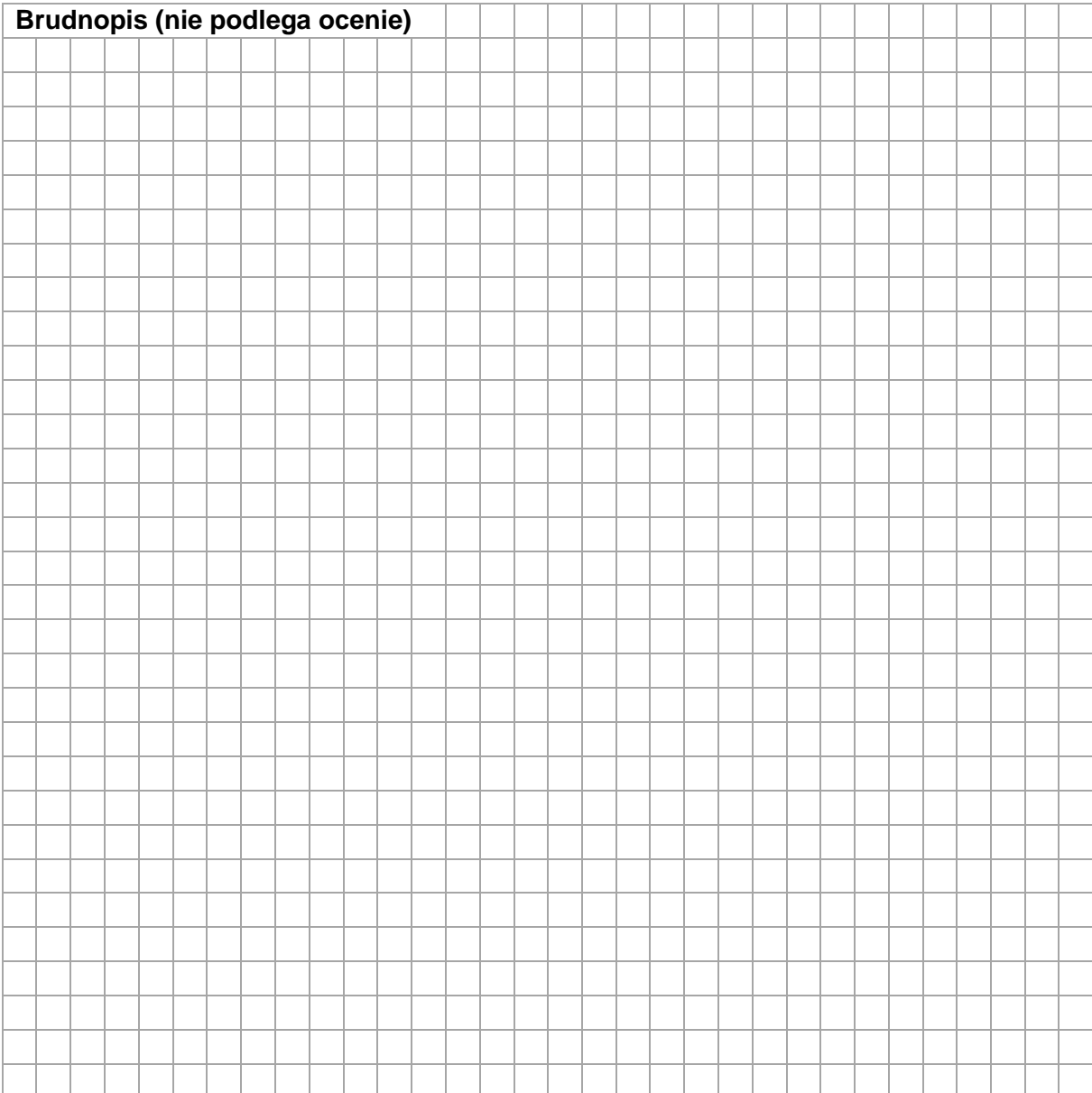
Zadanie 27. (1 pkt) 

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych nieparzystych, w których zapisie dziesiętnym występują wyłącznie cyfry 0, 1, 2, 3 (np. 12303, 11111), jest

- A. 32
- B. 384
- C. 512
- D. 576

Bрудnopsis (nie podlega ocenie)

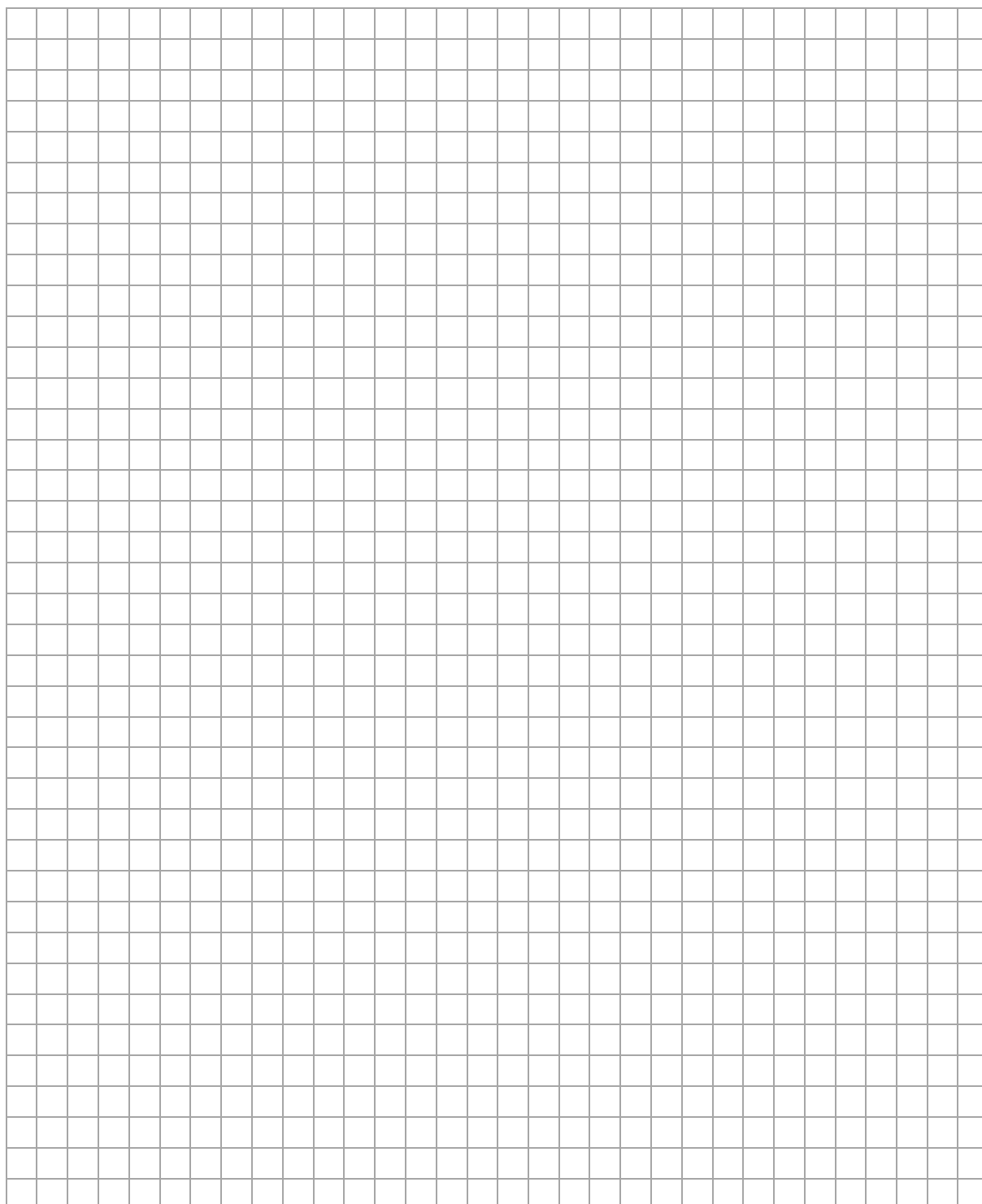


Zadanie 28. (2 pkt)

Dane są dwa zbiory: $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ oraz $D = \{7, 8, 9, 10\}$.

Losujemy jedną liczbę ze zbioru C , a następnie losujemy jedną liczbę ze zbioru D .

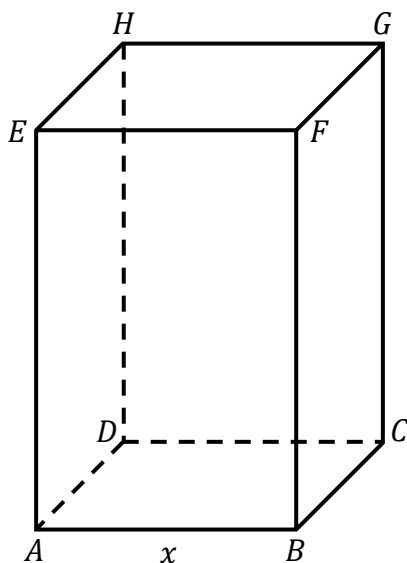
Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że wylosujemy liczby, których iloczyn będzie podzielny przez 4. Zapisz obliczenia.



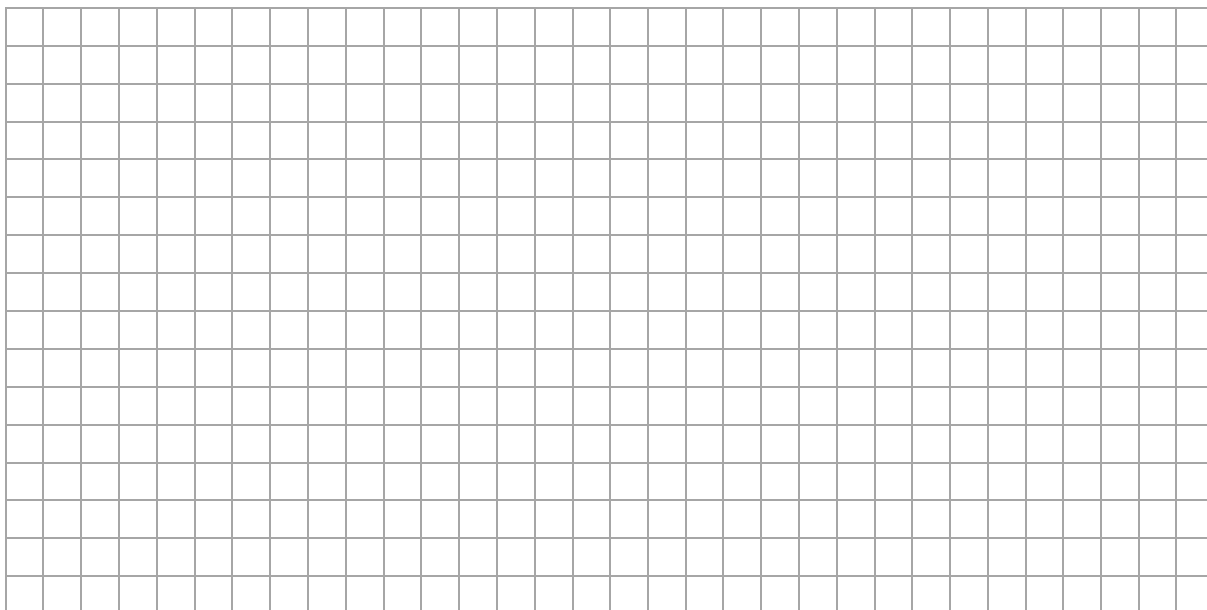
Zadanie 30. (4 pkt)

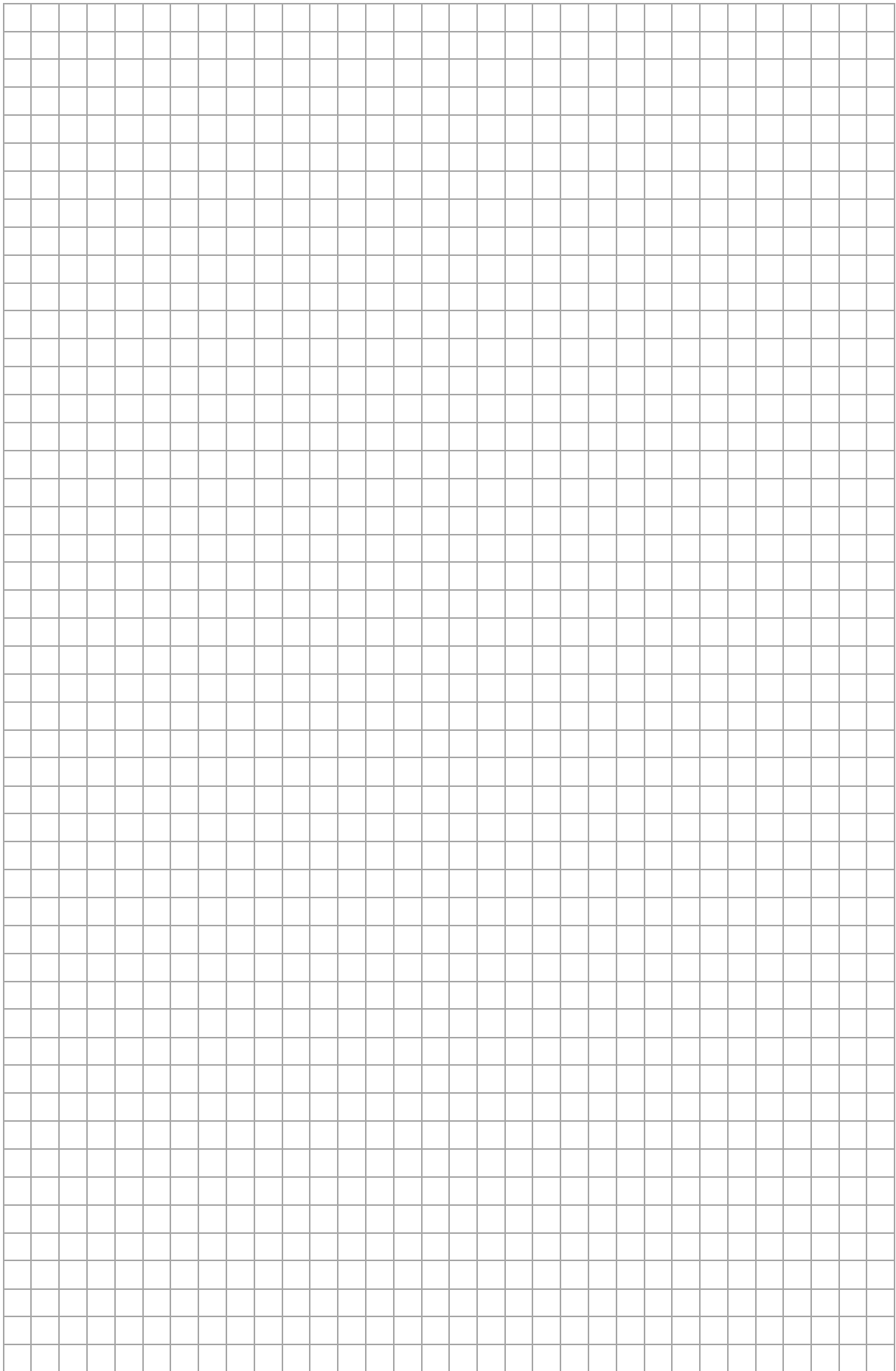
Rozważamy wszystkie prostopadłościany $ABCDEFGH$, w których krawędź AE jest 3 razy dłuższa od krawędzi AB , a suma długości wszystkich dwunastu krawędzi prostopadłościanu jest równa 48 (zobacz rysunek).

Niech $P(x)$ oznacza funkcję pola powierzchni całkowitej takiego prostopadłościanu w zależności od długości x krawędzi AB .

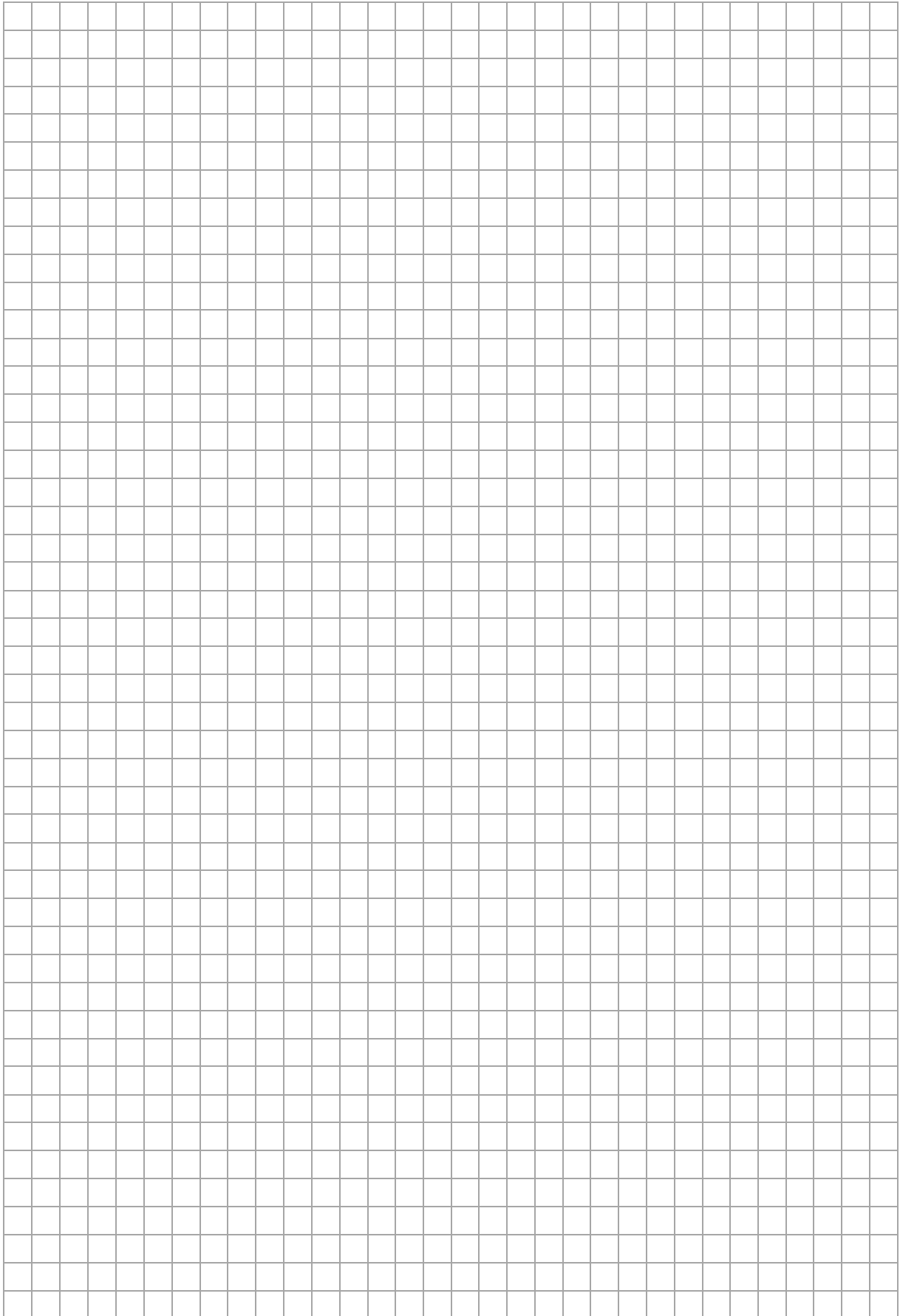


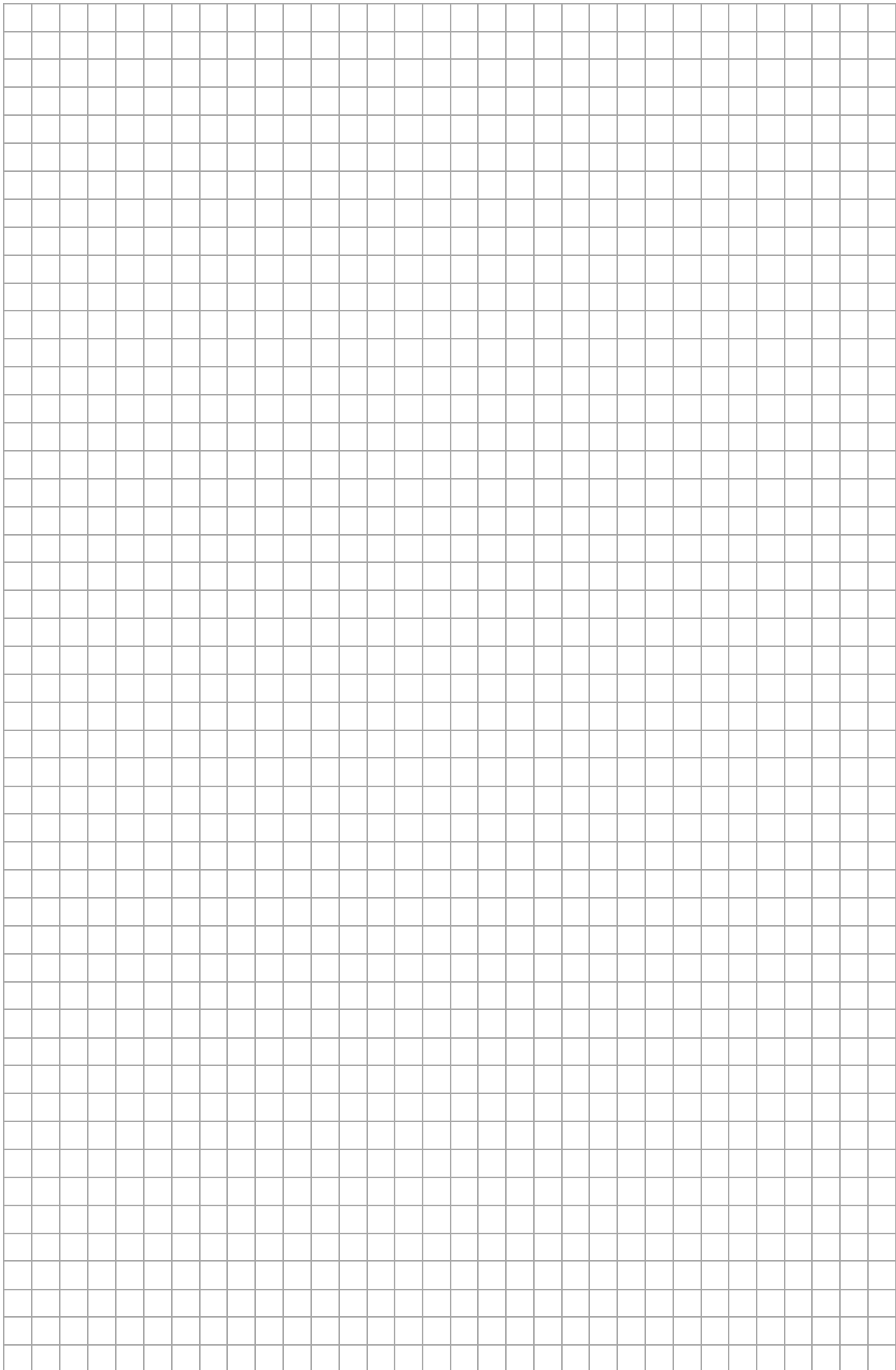
Wyznacz wzór i dziedzinę funkcji P . Oblicz długość x krawędzi AB tego z rozważanych prostopadłościanów, którego pole powierzchni całkowitej jest największe. Zapisz obliczenia.





BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)





MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023



MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023



MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023

