

VI.



**VI. ANALIZA
WYNIKÓW EGZAMINU
MATURALNEGO Z
MATEMATYKI
PR /PRZEDMIOT
DODATKOWY/**



2013

**VI. ANALIZA WYNIKÓW
EGZAMINU MATURALNEGO
Z MATEMATYKI /PR/
/w 2013 r./
/przedmiot dodatkowy/**

Matematyka zdawana na egzaminie maturalnym jako przedmiot dodatkowy mogła być zdawana tylko na **poziomie rozszerzonym**.

Egzamin na poziomie rozszerzonym trwał 180 minut i polegał na rozwiązaniu zadań egzaminacyjnych wymagających rozwiązywania problemów matematycznych. Zadania egzaminacyjne obejmowały zakres wymagań dla poziomu rozszerzonego. Zadania badały przede wszystkim umiejętność analizowania sytuacji problemowych i podawania do nich opisu matematycznego, strategii rozwiązania problemu, a także argumentowania i prowadzenia rozumowania matematycznego. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań zdający mógł otrzymać 50 punktów. Konstrukcja arkusza nie zmieniła się w stosunku do lat ubiegłych.

1. Podstawowe dane statystyczne

Egzamin maturalny z matematyki na poziomie rozszerzonym na Mazowszu odbył się w 420 szkołach.

Liczba absolwentów na Mazowszu, którzy przystąpili do egzaminu maturalnego z matematyki, z uwzględnieniem typu ukończonej szkoły

Typ szkoły	Liczba zdających egzamin na poziomie rozszerzonym /po raz pierwszy/	Liczba zdających egzamin na poziomie rozszerzonym
Liceum ogólnokształcące	7 837	8 755
Liceum profilowane	22	27
Liceum uzupełniające	1	2
Technikum	681	759
Technikum uzupełniające	1	1
Razem	8 542	9 544

*) Liczba zdających po raz pierwszy obejmuje także zdających w terminie dodatkowym

Do egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie rozszerzonym na Mazowszu przystąpiło ok. 18,79% wszystkich zdających egzamin maturalny; w kraju wskaźnik ten wynosi ok. 16,30%.

W grupie osób wybierających matematykę jako przedmiot dodatkowy egzaminu maturalnego na Mazowszu ok. 91,74% stanowili absolwenci liceów ogólnokształcących, ok. 7,97% - absolwenci techników. Absolwenci liceów profilowanych stanowili ok. 0,26% wszystkich zdających matematykę na poziomie rozszerzonym.

Egzamin maturalny z matematyki w wersji dwujęzycznej pisało 105 maturzystów (w tym 16 w wersji angielskiej, 82 w wersji francuskiej i 7 w wersji niemieckiej).

Egzamin maturalny z matematyki dla niewidomych zdawał 1 absolwent, dla którego przygotowano osobny arkusz.

Egzamin maturalny z matematyki w terminie dodatkowym zdawało 16 absolwentów (w tym 11 po raz pierwszy).

Wśród absolwentów przystępujących do egzaminu maturalnego 20 było finalistami lub laureatami Olimpiady Matematycznej.

2. Analiza wyników egzaminu ze względu na wskaźniki łatwości

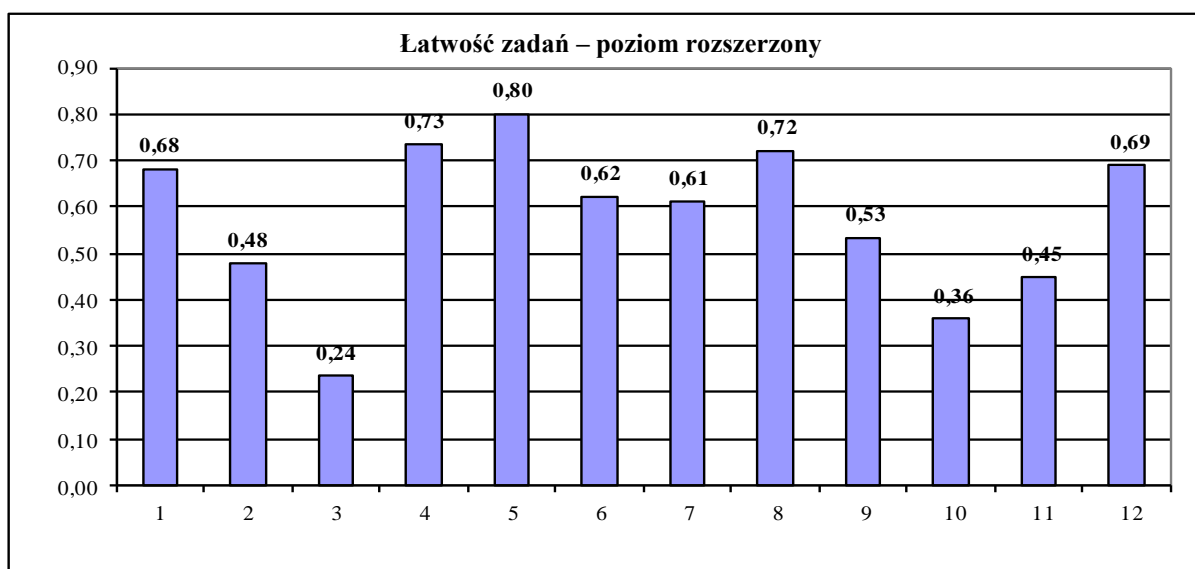
(obejmuje piszących arkusz standardowy w sesji majowej)

Wskaźniki łatwości zadań arkusza dla poziomu rozszerzonego

W poniższej tabeli przedstawiono współczynniki łatwości poszczególnych zadań z arkusza dla poziomu rozszerzonego.

Numer zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Maksymalna punktacja za zadanie	4	4	3	4	5	6	4	4	5	4	4	3
Łatwość zadania	0,68	0,48	0,24	0,73	0,80	0,62	0,61	0,72	0,53	0,36	0,45	0,69

Dane te ilustruje poniższy wykres.



Zróznicowanie współczynnika łatwości zadań z arkusza dla poziomu rozszerzonego przedstawia poniższa tabela.

Wskaźnik łatwości	Numery zadań	Interpretacja zadania
0,00 – 0,19	-	bardzo trudne
0,20 – 0,49	2, 3, 10, 11	trudne
0,50 – 0,69	1, 6, 7, 9, 12	umiarkowanie trudne
0,70 – 0,89	4, 5, 8	łatwe
0,90 – 1,00	-	bardzo łatwe

W arkuszu dla poziomu rozszerzonego trudne okazały się zadania 2, 3, 10, 11. Łączna liczba punktów za zadania trudne stanowi 30% liczby punktów możliwych do uzyskania za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań z tego arkusza.

Najtrudniejszym zadaniem w tym zestawie okazało się zadanie 3, które poprawnie rozwiązało ok. 24% zdających. Zadanie to sprawdzało umiejętność wykorzystania wzorów na liczbę permutacji, kombinacji i wariacji do zliczania obiektów w sytuacjach kombinatorycznych (standard: Użycie i tworzenie strategii). Rozwiązanie zadania polegało na poprawnym wyborze miejsc dla cyfry 0 i miejsc dla cyfry 5 w liczbie sześciocyfrowej oraz na rozmieszczeniu na pozostałych miejscach cyfr różnych od 0 i od 5, a następnie na zliczeniu wszystkich liczb sześciocyfrowych spełniających określone w zadaniu warunki. Często zdający zliczając liczby sześciocyfrowe, nie zauważali, że na pierwszym miejscu w takiej liczbie nie może być cyfra 0.

Stosunkowo trudnym dla zdających okazało się zadanie 10, które sprawdzało umiejętność opracowania strategii przy wyznaczaniu objętości ostrosłupa (standard: Użycie i tworzenie strategii). Około 36% zdających poprawnie wyznaczyło objętość ostrosłupa. Wielu zdających nie dokonało w tym zadaniu istotnego postępu, tzn. nie zapisało poprawnie równości, z której można wyznaczyć wysokość h w zależności od danych a i d . Tym samym potwierdził się fakt, że w zadaniach nietypowych, wymagających rozwiązywania problemów matematycznych, większość zdających ma problemy z analizą zadania i zbudowaniem strategii jego rozwiązania.

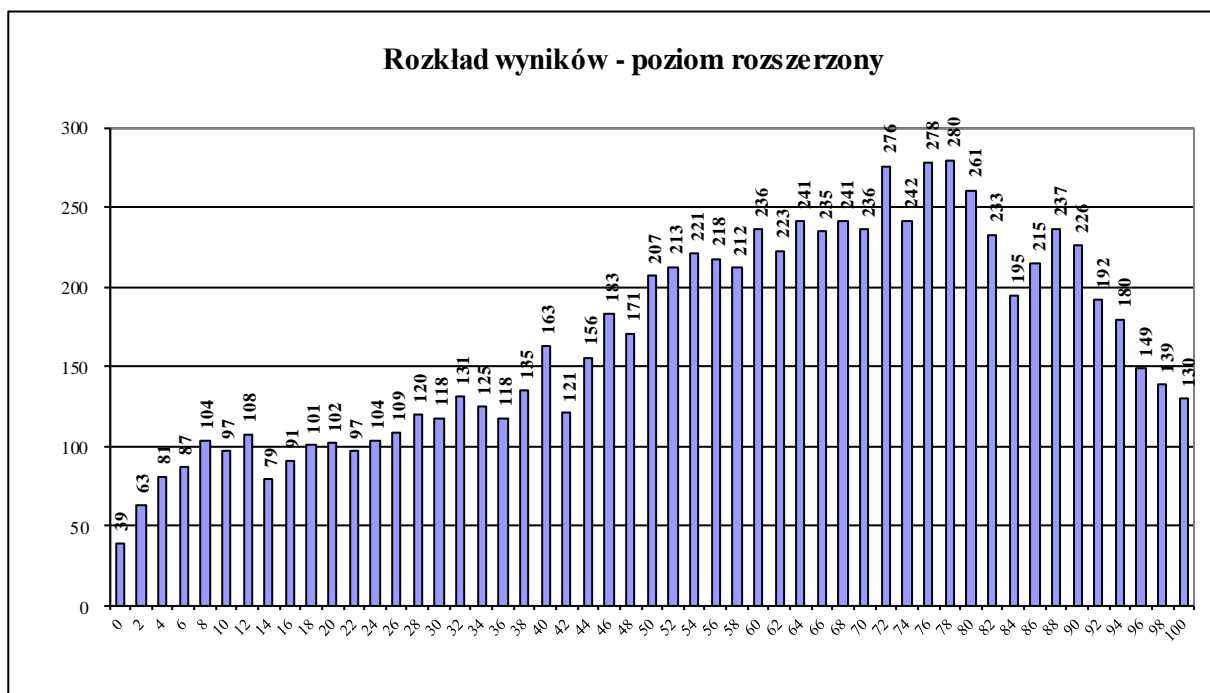
Najłatwiejszym zadaniem dla zdających na poziomie rozszerzonym okazało się zadanie 5 wymagające wykorzystania własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego do obliczenia wyrazów ciągu o określonych w treści zadania warunkach (standard: Modelowanie matematyczne). Około 80% zdających rozwiązało zadanie poprawnie, uzyskując maksymalną ilość punktów za przedstawione rozwiązanie. Pozostali zdający albo nie podjęli próby rozwiązania tego zadania albo stosowali własności ciągu arytmetycznego przy rozpatrywaniu ciągu geometrycznego (lub odwrotnie). Pojawiały się również rozwiązania, w których zdający odrzucali jedno z rozwiązań jako nie spełniające warunków.

Współczynnik łatwości dla zestawu zadań w arkuszu dla poziomu rozszerzonego wynosi $p = 0,58$ i kwalifikuje go jako umiarkowanie trudny.

3. Analiza wyników egzaminu ze względu na miary tendencji centralnej (obejmuje piszących arkusz standardowy w sesji majowej)

Poziom rozszerzony

Rozkład wyników egzaminu na poziomie rozszerzonym przedstawia poniższy wykres.



Dane statystyczne (w procentach) dotyczące wyników egzaminu na poziomie rozszerzonym dla zdających po raz pierwszy zamieszczone są w poniższej tabeli.

Średnia	58,70
Mediana	62,00
Modalna	78,00
Odchylenie standardowe	25,81
Wynik najwyższy	100,00
Wynik najniższy	0,00
Rozstęp	100

Średnia liczba punktów uzyskana przez zdających egzamin z matematyki na poziomie rozszerzonym jest wyższa od połowy maksymalnej liczby punktów możliwych do uzyskania za rozwiązanie arkusza - stanowi ok. 58,7% maksymalnej liczby punktów.

Środkowy wynik (mediana) wynosi ok. 62% maksymalnej liczby punktów możliwych do uzyskania za rozwiązanie tego arkusza i uzyskało go 223 absolwentów. Uzyskane wyniki obejmują całą skalę punktów (od 0 do 50 punktów). Najczęściej powtarzający się wynik (modalna) to ok. 78% maksymalnej liczby punktów możliwych do uzyskania za rozwiązanie tego arkusza i uzyskało go 280 zdających. Odchylenie standardowe wynosi ok. 25,81% maksymalnej liczby punktów możliwych do uzyskania za rozwiązanie tego arkusza, co oznacza, że przy średniej równej 58,7% około 63,45% zdających uzyskała wyniki w przedziale od 34% do 84% punktów możliwych do uzyskania za rozwiązanie tego arkusza.

Najwyższy wynik – 50 punktów uzyskało 130 zdających (w tym 20 finalistów i laureatów Olimpiady Matematycznej), a rozstęp wyników wynosi 50 punktów.

Średnie wyniki (w ujęciu procentowym) z egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie rozszerzonym dla województwa mazowieckiego z podziałem na typy szkół

Wyniki egzaminu	Średni wynik dla zdających matematykę na poziomie rozszerzonym /po raz pierwszy/
Typ szkoły	
Liceum ogólnokształcące	61,53
Liceum profilowane	32,45
Liceum uzupełniające	8,00
Technikum	26,76
Technikum uzupełniające	62,00
Razem	58,67

Znacznie lepiej poradzili sobie z zadaniami w arkuszu dla poziomu rozszerzonego absolwenci liceów ogólnokształcących (średnia ok. 61,53% punktów), niż absolwenci pozostałych typów szkół – liceów profilowanych (średnia ok. 32,45% punktów), techników (średnia ok. 26,76% punktów). Średni wynik w Technikum uzupełniającym dotyczy tylko jednego ucznia.

Średnie wyniki (w ujęciu procentowym) z egzaminu z matematyki na poziomie rozszerzonym uzyskane przez zdających ze szkół w dzielnicach Warszawy

Dzielnica	Średni wynik procentowy dla poziomu rozszerzonego	Dzielnica	Średni wynik procentowy dla poziomu rozszerzonego
Warszawa - Bemowo	40,38	Warszawa - Targówek	51,40
Warszawa - Białołęka	28,00	Warszawa - Ursus	37,69
Warszawa - Bielany	67,39	Warszawa - Ursynów	59,05
Warszawa - Mokotów	59,19	Warszawa - Wawer	55,35
Warszawa - Ochota	71,64	Warszawa - Wilanów	31,51
Warszawa - Praga Południe	55,69	Warszawa - Włochy	32,95
Warszawa - Praga Północ	57,63	Warszawa - Wola	56,13
Warszawa - Śródmieście	66,69	Warszawa - Żoliborz	54,39
Warszawa - Rembertów	59,35	Warszawa - Wesoła	64,67
Ogółem dla Warszawy			61,19

Średnie wyniki (w ujęciu procentowym) z egzaminu z matematyki na poziomie rozszerzonym uzyskane przez zdających ze szkół w powiatach województwa mazowieckiego

Powiat	Średni wynik procentowy dla poziomu rozszerzonego	Powiat	Średni wynik procentowy dla poziomu rozszerzonego
białobrzeski	59,83	otwocki	73,61
ciechanowski	61,03	piaseczyński	61,89
garwoliński	47,83	płocki	35,00
gostyniński	66,92	płoński	73,41
grodziski	45,32	pruszkowski	57,05
grójecki	45,89	przasnyski	64,24
kozienicki	56,82	przysuski	63,10
legionowski	48,49	pułtuski	67,51
lipski	49,27	radomski	60,08
łosicki	50,74	sierpecki	60,30
M. Ostrołęka	52,28	sochaczewski	61,27
M. Płock	65,12	sokołowski	64,38
M. Radom	51,01	sztybołowski	52,25
M. Siedlce	50,91	warszawski zachodni	45,13
M. St. Warszawa	61,19	węgrowski	58,67
makowski	55,55	wołomiński	44,11
miński	56,53	wyszkowski	60,24
mławski	53,56	zwoleniński	81,28
nowodworski	52,29	żuromiński	71,70
ostrołęcki	26,86	żyrardowski	55,27
ostrowski	49,67		
Ogółem dla Mazowsza			58,67

Na podstawie wyników wszystkich zdających egzamin maturalny z matematyki w 2013 roku w całej Polsce przygotowano krajowe skale staninowe dla wyników indywidualnych – tak zwaną **kartę wyników matury**. Ponadto, dla województwa mazowieckiego zostały opracowane **skale staninowe** dla wyników uzyskanych w szkołach i w powiatach (na podstawie wyników uzyskanych w szkołach oraz powiatach na Mazowszu).

Krajowe normy staninowe dla wyników indywidualnych

Karta wyników matury 2012 z matematyki na poziomie rozszerzonym

Klasa (stanin)	Nazwa klasy	Wyniki na świadectwie /w procentach/	Komentarz dla zdającego (informację o procentach podano w przybliżeniu)
1	najniższa	0 – 4	4% zdających ma wynik w tej klasie, 96% zdających ma wynik w wyższych klasach
2	bardzo niska	5 – 14	7% zdających ma wynik w tej klasie, 89% zdających ma wynik w wyższych klasach, 4% w niższej
3	niska	15 – 30	12% zdających ma wynik w tej klasie, 77% zdających ma wynik w wyższych klasach, 11% w niższych
4	poniżej średniej	31 – 48	17% zdających ma wynik w tej klasie, 60% zdających ma wynik w wyższych klasach, 23% w niższych
5	średnia	49 – 62	20% zdających ma wynik w tej klasie, 40% zdających ma wynik w wyższych klasach, 40% w niższych
6	powyżej średniej	63 – 74	17% zdających ma wynik w tej klasie, 23% zdających ma wynik w wyższych klasach, 60% w niższych
7	wysoka	75 – 86	12% zdających ma wynik w tej klasie, 11% zdających ma wynik w wyższych klasach, 77% w niższych
8	bardzo wysoka	87 – 92	7% zdających ma wynik w tej klasie, 4% zdających ma wynik w wyższych klasach, 89% w niższych
9	najwyższa	93 – 100	4% zdających ma wynik w tej klasie, 96% w niższych

Jeżeli na przykład zdający za rozwiązanie zadań z arkusza dla poziomu rozszerzonego uzyskał 81% punktów, to jego wynik mieści się w przedziale wyników 75% - 86%, czyli w klasie siódmej, co oznacza, że jest to wynik wysoki uzyskany przez ok. 12% zdających w kraju.

Normy staninowe dla wyników w szkołach województwa mazowieckiego

Klasa (stanin)	Nazwa klasy	Przedziały procentowe*)	Liczba szkół	Procent szkół
1	najniższa	0 - 4,0	19	5%
2	bardzo niska	4,1 - 11,0	29	7%
3	niska	11,1 - 19,8	50	12%
4	poniżej średniej	19,9 - 33,5	71	17%
5	średnia	33,6 - 48,8	84	20%
6	powyżej średniej	48,9 - 61,3	71	17%
7	wysoka	61,4 - 71,2	50	12%
8	bardzo wysoka	71,3 - 78,7	28	7%
9	najwyższa	78,8 - 96,0	18	4%

*) obliczone dla średnich arytmetycznych wyników uzyskanych w szkołach województwa Mazowieckiego

Normy staninowe dla wyników uzyskanych w szkołach na egzaminie maturalnym z matematyki pozwalają odnieść wynik uzyskany w danej szkole do wyników uzyskanych na tym egzaminie w pozostałych szkołach województwa mazowieckiego.

Jeżeli na przykład w danej szkole średnia wyników absolwentów tej szkoły za rozwiązanie zadań z arkusza dla poziomu rozszerzonego wynosi 62% punktów, to wynik tej szkoły mieści się w przedziale wyników 61,4% - 71,2% czyli w klasie siódmej. Oznacza to, że szkoła uzyskała wynik wysoki i znajduje się w grupie 12% szkół województwa mazowieckiego, które osiągnęły wynik wysoki z egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie rozszerzonym.

4. Podsumowanie i wnioski

- Egzamin maturalny z matematyki na poziomie rozszerzonym odbył się w 420 mazowieckich szkołach.
- Do egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie rozszerzonym przystąpiło na Mazowszu ok. 18,8% absolwentów szkół ponadgimnazjalnych (w kraju wskaźnik ten wynosi ok. 16,3%).
- Średni wynik uzyskany w szkołach na Mazowszu za rozwiązanie arkusza dla poziomu rozszerzonego wyniósł ok. 58,7% maksymalnej liczby punktów możliwych do uzyskania za rozwiązanie tego arkusza, zaś współczynnik łatwości dla tego arkusza jest równy $p = 0,58$ i kwalifikuje arkusz jako umiarkowanie trudny.
- Analizując wyniki egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie rozszerzonym oraz biorąc pod uwagę opinie egzaminatorów można stwierdzić, że zdający:
 - potrafili rozwiązywać zadania w oparciu o znane algorytmy i umieli tworzyć proste modele matematyczne
 - wykazali się znajomością znanych twierdzeń i definicji w szczególności dotyczących funkcji liniowej, kwadratowej i związków miarowych w przestrzeni,
 - stosunkowo dobrze radzili sobie z doбором optymalnych sposobów (strategii) rozwiązania problemów matematycznych
 - dość często popełniali błędy w argumentowaniu i rozumowaniu, nawet w prostych sytuacjach algebraicznych i geometrycznych.
- Poziom merytoryczny odpowiedzi uczniów był bardzo zróżnicowany. Obok rozwiązań świadczących o wiedzy i umiejętności samodzielnego myślenia, zdarzały się odpowiedzi błędne i nielogiczne.
- Zdarzało się również, że zdający poprawnie analizowali zadanie i zapisywali odpowiednie równania lub układy równań, ale błędy rachunkowe uniemożliwiały im rozwiązanie zadania lub prowadziły do niepoprawnych rozwiązań. W niektórych rozwiązaniach brakowało krytycznej analizy otrzymanych wyników i oceny ich przydatności z perspektywy sytuacji, dla której zbudowano dany model matematyczny.

Cieszyły w związku z tym rozwiązania przemyślane, pokazujące w sposób jasny i czytelny pełne zrozumienie przez zdających problemu. Świadczą o tym rozwiązania wszystkich zadań w arkuszu ocenione na maksymalną ilość punktów (50 pkt) u 110 zdających egzamin na poziomie rozszerzonym.
- Szczegółowe omówienie punktowania rozwiązań zadań z arkusza egzaminacyjnego dla poziomu rozszerzonego, zawierające między innymi poprawne odpowiedzi znajduje się w opracowaniu zatytułowanym „Egzamin maturalny 2013. Matematyka – Poziom rozszerzony. Kryteria oceniania odpowiedzi”. Materiał ten został opracowany przez ekspertów egzaminu maturalnego z matematyki z Centralnej Komisji Egzaminacyjnej i okręgowych komisji egzaminacyjnych w czerwcu 2013 r. i jest dostępny na stronie internetowej CKE (www.cke.edu.pl).