

**ПОСІБНИК
ДО ЕКЗАМЕНУ
З МАТЕМАТИКИ
ДЛЯ ВОСЬМИКЛАСНИКІВ
в навчальному році 2018/2019**



Центральна екзаменаційна комісія
Варшава 2017

Редакційна колегія:

Едита Важеха (ЦЕК)
Рената Сьвірко (ОЕК у Гданську)
Івона Луба (ОЕК у Ломжі)
Сабіна Павловська (ОЕК у Варшаві)
проф. др габ. Збігнєв Семадені
Агнешка Суловська
Юзеф Даніель (ЦЕК)
др Марцін Смолік (ЦЕК)

Рецензенти:

проф. др габ. Збігнєв Марціняк
др габ. Мацей Бородзік
др Анна Відур
др Томаш Карповіч (мовна редакція)

Посібник розроблено Центральною екзаменаційною комісією
у співпраці з окружними екзаменаційними комісіями.

Центральна екзаменаційна комісія

вул. Юзефа Левартовського, 6, 00-190 Варшава
тел. 22 536 65 00
sekretariat@cke.edu.pl

Окружна екзаменаційна комісія в Гданську

вул. На Стоку, 49, 80-874 Гданськ
тел. 58 320 55 90
komisja@oke.gda.pl

Окружна екзаменаційна комісія у Явожні

вул. Адама Міцкевича, 4, 43-600 Явожно
тел. 32 616 33 99
oke@oke.jaworzno.pl

Окружна екзаменаційна комісія у Кракові

мікрорайон Шкільне, 37, 31-978 Краків
тел. 12 683 21 01
oke@oke.krakow.pl

Окружна екзаменаційна комісія у Ломжі

пр. Легіонів, 9, 18-400 Ломжа
тел. 86 216 44 95
sekretariat@oke.lomza.pl

Окружна екзаменаційна комісія у Лодзі

вул. Ксаверія Праусса, 4, 94-203 Лодзь
тел. 42 634 91 33
komisja@komisja.pl

Окружна екзаменаційна комісія у Познані

вул. Гронова, 22, 61-655 Познань
тел. 61 854 01 60
sekretariat@oke.poznan.pl

Окружна екзаменаційна комісія у Варшаві

пл. Європейська, 3, 00-844 Варшава
тел. 22 457 03 35
info@oke.waw.pl

Окружна екзаменаційна комісія у Вроцлаві

вул. Тадеуша Зелінського, 57; 53-533 Вроцлав
тел. 71 785 18 94
sekretariat@oke.wroc.pl

Зміст

1. Опис екзамену з математики для восьмикласників 5
2. Зразки завдань з розв'язками 9

1.

Опис екзамену з математики

Вступ

Математика є одним з обов'язкових екзаменаційних предметів на іспиті для восьмикласників і на екзамені на атестат зрілості.

Екзамен з математики для восьмикласників перевіряє на якому рівні учень 8 класу початкової школи виконує вимоги, що зазначені у загальноосвітній навчальній програмі для двох перших етапів освіти (1–8 класи)¹.

В *Посібнику* подано зразки екзаменаційних завдань разом із розв'язками, а також вказано на відношення завдань до вимог навчальної програми. Завдання в *Посібнику* не вичерпують усіх типів завдань, які можуть з'явитися в екзаменаційній роботі, а також не ілюструють усіх вимог з математики, що містяться у навчальній програмі. З цієї причини *Посібник* не може бути єдиним, ані навіть головним матеріалом для планування процесу навчання в школі. Тільки реалізація усіх вимог з навчальної програми, як базових, так і поглиблених, може гарантувати отримання учнями відповідної математичної освіти, включно з їх належною підготовкою до екзамену для восьмикласників.

ЗАВДАННЯ НА ЕКЗАМЕНІ

В екзаменаційній роботі знаходяться завдання як закритого, так і відкритого типу. Закриті завдання – це такі, у яких учень обирає відповідь серед поданих варіантів. Серед закритих завдань знаходяться, між іншим, завдання типу вибір з множини, завдання типу правда-неправда, а також завдання типу вибір відповідності.

Відкриті завдання – це такі, у яких учень самостійно формулює відповідь. Представлен Представлений учнем розв'язок завдання мусить відображати хід мислення, містити необхідні розрахунки, перетворення або висновки.

Серед відкритих завдань містяться як такі, які можна буде вирішити типовим способом, так і такі, які вимагатимуть застосування нестандартних методів вирішення. Учень повинен буде, шляхом використання наявних даних і навичок, вигадати і реалізувати власний план вирішення завдання, який дозволить йому виконати вказівки або дати відповідь на запитання, що було поставлене у завданні. У деяких завданнях учень повинен буде представити обґрунтування вказаних залежностей.

Екзаменаційні завдання перевірятимуть рівень опанування навичок, описаних у наступних загальних вимогах у загальноосвітньої навчальної програми:

- вміння рахувати,
- використання та створення інформації,

¹ Згідно із записом умов і способу реалізації навчальної програми розділи XIV–XVII для 7 і 8 класів можуть бути реалізовані після іспиту восьмикласника, оскільки навички, що описуються у цих розділах, не будуть перевірятися на екзамені для восьмикласників.

Зміст, рекомендований до реалізації, що міститься у розділах: I п. 5, II пп. 13–17, IV пп. 13 і 14, V п. 9, IX п. 8, X п. 5 і XI п. 4 навчальної програми для 4–6 класів будуть перевірятися на екзамені для восьмикласників.

- використання та інтерпретація понять і теорій математики,
- мислення та аргументація.

ОПИС ЕКЗАМЕНАЦІЙНОЇ РОБОТИ

Екзамен з математики для восьмикласників триває 100 хвилин². Екзаменаційна робота складається від 19 до 23 завдань. Кількість завдань, а також кількість балів, які можливо отримати за окремі типи завдань, зазначені у наведеній нижче таблиці.

Тип завдань	Кількість завдань	Загальна кількість балів	Частка у сумарному результаті
закриті	14–16	14–16	близько 50%
відкриті	5–7	14–16	близько 50%
ЗАГАЛОМ	19–23	28–32	100%

В екзаменаційній роботі першими подані завдання закритого типу, а після них – відкритого типу.

ПРАВИЛА ОЦІНЮВАННЯ

Закриті завдання

- 1 бал – правильна відповідь.
- 0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Відкриті завдання

За правильне вирішення відкритого завдання можна буде отримати, залежно від його складності, максимум 2, 3 або 4 бали. За кожне правильне рішення нараховується максимальна кількість балів.

Оцінка рішення відкритого завдання залежить від того, як далеко зайшов учень на шляху до повного вирішення. Нижче наведено приклади нарахування балів за завдання відкритого типу.

Схема нарахування балів за рішення завдання, за яке можна отримати максимум 4 бали:

- 4 бали – повне вирішення.
- 3 бали – рішення, у якому були подолані основні труднощі завдання, рішення було доведено до кінця, але містить помилки (помилки у розрахунках, не здійснено вибору відповідних рішень тощо).
- 2 бали – рішення, у якому були подолані основні труднощі завдання, але рішення не було продовжене або було продовжено невірним методом.

² Час проведення екзамену може бути збільшено у випадку учнів зі спеціальними освітніми потребами, в т.ч. неповносправних, а також у випадку іноземців. Деталі зазначені у Роз'ясненні директора Центральної екзаменаційної комісії щодо детальних способів адаптації умов і форм проведення іспиту восьмикласника у даному навчальному році.

- 1 бал – рішення, у якому був досягнутий значний прогрес, але не були подолані основні труднощі завдання.
- 0 балів – рішення, у якому не було досягнуто значного прогресу.

Схема нарахування балів за рішення завдання, за яке можна отримати максимум 3 бали:

- 3 бали – повне вирішення.
- 2 бали – рішення, у якому були подолані основні труднощі завдання, але рішення не було продовжене або було продовжено невірним методом.
- 1 бал – рішення, у якому був досягнутий значний прогрес, але не були подолані основні труднощі завдання.
- 0 балів – рішення, у якому не було досягнуто значного прогресу.

Схема нарахування балів за рішення завдання, за яке можна отримати максимум 2 бали:

- 2 бали – повне вирішення.
- 1 бал – рішення, у якому був досягнутий значний прогрес.
- 0 балів – рішення, у якому не було досягнуто значного прогресу.

2.

Зразки завдань з розв'язками

В *Посібнику* для кожного завдання наведено:

- кількість балів, які можливо отримати за його вирішення (після номеру завдання),
- найважливіші загальні та детальні вимоги, що перевіряються у цьому завданні,
- правила оцінювання завдань,
- правильне вирішення кожного закритого завдання, а також зразок вирішення кожного відкритого завдання.

Завдання 1. (0–1)

Катя помітила, що настінний годинник у помешканні бабусі протягом кожної години запізнюється на чергові 4 хвилини. Коли справний годинник Каті показував годину 9:00, дівчинка виставила на настінному годиннику той самий час. Вона припустила, що у кожній черговій чверті години запізнення є однакове.

Яку годину покаже, згідно з припущеннями Каті, настінний годинник після 2 годин і 3 чвертей години від години 9.00, якщо буде збережена помічена тенденція запізнення? Вибери вірну відповідь серед наведених.

A. 11.34

B. 11.37

C. 11.41

D. 11.56

Загальні вимоги

I. Вміння рахувати

1. Здійснення нескладних розрахунків у пам'яті або у більш складних діях – письмово, а також використання цих навичок у практичних ситуаціях.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI

XII. Практичні розрахунки. Учень:

3) здійснює прості часові розрахунки у годинах, хвилинах і секундах.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Рішення

A

Завдання 2. (0–1)

Марта записала римськими цифрами чотири числа: CLXX, CXC, CCLXX і CCL.

Яке з них знаходиться на числовій осі ближче за все до числа 200? Вибери правильну відповідь серед наведених.

A. CLXX

B. CXC

C. CCLXX

D. CCL

Загальні вимоги

I. Вміння рахувати.

1. Здійснення нескладних розрахунків у пам'яті або у більш складних діях – письмово, а також використання цих навичок у практичних ситуаціях.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI

I. Натуральні числа у десятковій позиційній системі. Учень:

5) числа у діапазоні до 3 000, записані у римській системі числення і представлені у десятковій системі, а також записані у десятковій системі та представлені у римській системі.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Рішення

В

Завдання 3. (0–1)

Три однакові посудини були наповнені водою так, що в першій посудині вода займала $\frac{2}{3}$ об'єму, у другій: $\frac{3}{4}$ об'єму, а в третьої: $\frac{5}{7}$ об'єму даної посудини.

Оціни правдивість наведених тверджень. Вибери П, якщо твердження правдиве, або Н - якщо воно неправдиве.

У другій посудині було менше води, ніж у третій.	П	Н
У першій і другій посудинах разом було стільки води, скільки у третій посудині.	П	Н

Загальні вимоги

I. Вміння рахувати.

1. Здійснення нескладних розрахунків у пам'яті або у більш складних діях – письмово, а також використання цих навичок у практичних ситуаціях.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI

IV. Звичайні й десяткові дроби. Учень:

12) порівнює дроби (звичайні й десяткові).

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Рішення

НН

Завдання 4. (0–1)

У кожному з двох пакетів знаходяться 32 цукерки: 17 апельсинових, 10 яблучних і 5 полуничних.

Доповни наведені нижче речення. Вибери відповідь серед позначених літерами А і В, а також відповідь серед позначених літерами С і D.

До першого пакета слід додати **А / В** полуничних цукерок, щоб усі полуничні цукерки, що в ньому знаходяться, становили 25% від усіх цукерок у цьому пакеті.

А. 3

В. 4

Кількість апельсинових цукерок, які слід вийняти з другого пакета, щоб серед цукерок, що в ньому залишаться, було 40% апельсинових, є **С / D**.

С. менша ніж 5

D. більша ніж 5

Загальні вимоги

III. Використання та інтерпретація понять і теорій математики.

2. Підбір математичної моделі до простої ситуації, а також будувannya її у різних контекстах, в т.ч. у практичному контексті.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII

V. Розрахунки з відсотками. Учень:

5) застосовує розрахунки з відсотками для вирішення задач у практичному контексті, а також у випадках багаторазового збільшення або зменшення даної величини.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Рішення

BD

Завдання 5. (0–1)

За 300 г фісташкових горіхів було заплачено 15,75 зл.

Оціни правдивість наведених тверджень. Вибери П, якщо твердження правдиве, або Н – якщо воно неправдиве.

За 400 г тих самих горіхів слід заплатити 21 зл.	П	Н
Ціна 1 кг цих горіхів складає 52,50 зл.	П	Н

Загальні вимоги

I. Вміння рахувати.

1. Здійснення нескладних розрахунків у пам'яті або у більш складних діях – письмово, а також використання цих навичок у практичних ситуаціях.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII

VII. Пряма пропорційність. Учень:

2) визначає вартість, що приймається прямо пропорційною величиною, у випадку конкретної пропорційної залежності, наприклад вартість придбаного товару залежно від кількості штук товару, об'єм використаного пального залежно від кількості подоланих кілометрів, кількості прочитаних сторінок книжки залежно від часу її читання.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Рішення

III

Завдання 6. (0–1)

Доповни наведені нижче речення. Вибери відповідь серед позначених літерами А і В, а також відповідь серед позначених літерами С і D.

Вартість виразу $2^3 \cdot 3^2$ дорівнює А / В.

А. 36

В. 72

Вартість виразу $5^3 - 5^2$ дорівнює С / D.

С. 5

D. 100

Загальні вимоги

I. Вміння рахувати.

1. Здійснення нескладних розрахунків у пам'яті або у більш складних діях – письмово, а також використання цих навичок у практичних ситуаціях.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI

II. Операції з натуральними числами. Учень:

10) обчислює квадрати і куби натуральних чисел;

11) застосовує правила щодо послідовності виконання операцій.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

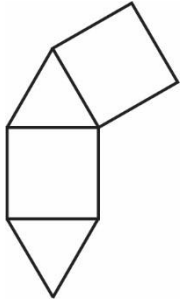
0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Рішення

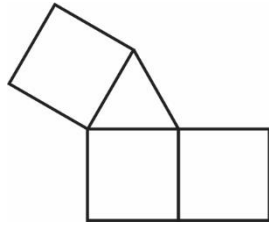
BD

Завдання 7. (0–1)

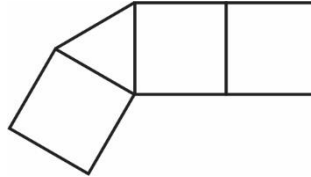
Войтек намалював чотири фігури, що складаються з квадратів і рівнобедрених трикутників (як показано на рисунку нижче). Щоб отримати з них сітки призми, він має намір домалювати до кожної фігури один квадрат або один трикутник.



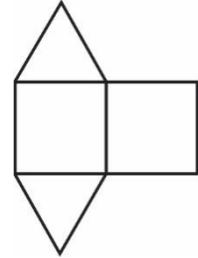
I



II



III



IV

З якої фігури не вдасться таким чином отримати сітку призми? Вибери вірну відповідь серед поданих нижче.

A. I

B. II

C. III

D. IV

Загальні вимоги

III. Використання та інтерпретація понять і теорій математики.

1. Використання простих, добре відомих математичних об'єктів, інтерпретація математичних понять і оперування математичними об'єктами.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI

X. Геометричні тіла. Учень:

3) розпізнає сітки прямих призм і пірамід.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Рішення

C

Завдання 8. (0–1)

Кидаємо один раз симетричний гральний кубик. Яка ймовірність, що при киданні цього кубика випаде кількість очок більша ніж 2, але менша ніж 6? Вибери правильну відповідь серед наведених.

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{5}{6}$

Загальні вимоги

III. Використання та інтерпретація понять і теорій математики.

2. Підбір математичної моделі до простої ситуації, а також будівництва її у різних контекстах, в т.ч. у практичному контексті.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII

XII. Вступ до комбінаторики і розрахунку ймовірності. Учень:

2) здійснює прості випадкові експерименти, які полягають на киданні монети, киданні грального кубика, киданні багатогранного кубика або жеребкування кулі з набору куль, аналізує їх і обчислює ймовірність подій у випадкових експериментах.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Рішення

В

Завдання 9. (0–1)

Дано вираз $\frac{2^7 \cdot 2^7}{2^7 + 2^7}$.

Чи значення цього виразу кратне 8? Вибери відповідь Т або Н і її обґрунтування з-поміж А, В або С.

Т	Так,	оскільки	А.	кожний показник степеня є непарним числом.
			В.	показник степеня 2^6 не кратний 8.
Н	Ні,		С.	значення цього виразу можна записати у формі $8 \cdot 2^3$.

Загальні вимоги

IV. Мислення та аргументація.

1. Здійснення простого розмірковування, представлення аргументів, що обґрунтовують правильність розмірковування, розрізнення доказу і прикладу.

Детальні вимоги

КЛАСИ 7 і 8

I. Степінь з натуральним показником. Учень:

2) множить і ділить степені з цілими позитивними показниками.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

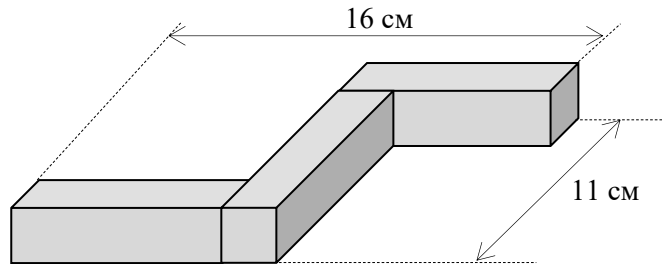
0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Рішення

ТС

Завдання 10. (0–1)

Вітек має три однакових прямокутних кубика. У кожного з цих кубиків дві грані квадратні, а чотири інші – прямокутні. З цих кубиків він збудував фігуру, що представлена на рисунку.



Оціни правдивість наведених тверджень. Вибери П, якщо твердження правдиве, або Н - якщо воно неправдиве.

Довші сторони прямокутного кубика мають по 8 см.	П	Н
Об'єм одного кубика дорівнює 72 см^3 .	П	Н

Загальні вимоги

II. Використання та створення інформації.

1. Сприйняття та інтерпретація даних, що представлені у різних формах, а також їх обробка.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI

XI. Розрахунки в геометрії. Учень:

5) обчислює об'єм і площу поверхні паралелепіпеда на підставі даних про довжину сторін.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Рішення

III

Завдання 11. (0–1)

Був приготовлений напій шляхом розчинення 450 мл соку водою у пропорції 1 : 10.

Скільки напою було приготовлено? Вибери вірну відповідь серед наведених.

- A. Більше ніж 4 літри, але менше ніж 4,5 літра.
- B. Точно 4,5 літра.
- C. Більш ніж 4,5 літри, але менше ніж 5 літрів.
- D. Рівно 5 літрів.
- E. Більш ніж 5 літрів.

Загальні вимоги

III. Використання та інтерпретація понять і теорій математики.

1. Використання простих, добре відомих математичних об'єктів, інтерпретація математичних понять і оперування математичними об'єктами.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII

VII. Пряма пропорційність. Учень:

2) визначає вартість, що визначається прямопропорційною величиною, у випадку конкретної пропорційної залежності, наприклад вартість придбаного товару залежно від кількості штук товару, об'єм використаного пального залежно від кількості подоланих кілометрів, кількості прочитаних сторінок книжки залежно від часу її читання.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Рішення

C

Завдання 12. (0–1)

Подано три вирази:

$$F = x - (2x + 5), \quad G = 6 - (-3x + 2), \quad H = 5 - (2x + 4).$$

Закінчіть речення. Вибери вірну відповідь серед наведених.

Для кожної змінної x правильне рівняння

A. $F + G = H$

B. $F + H = G$

C. $G + H = F$

D. $F + G + H = 0$

Загальні вимоги

III. Використання та інтерпретація понять і теорій математики.

1. Використання простих, добре відомих математичних об'єктів, інтерпретація математичних понять і оперування математичними об'єктами.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII

IV. Перетворення алгебраїчних виразів. Алгебраїчні суми та операції з ними. Учень:

2) додає та віднімає алгебраїчні суми та здійснює при цьому скорочення подібних виразів.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

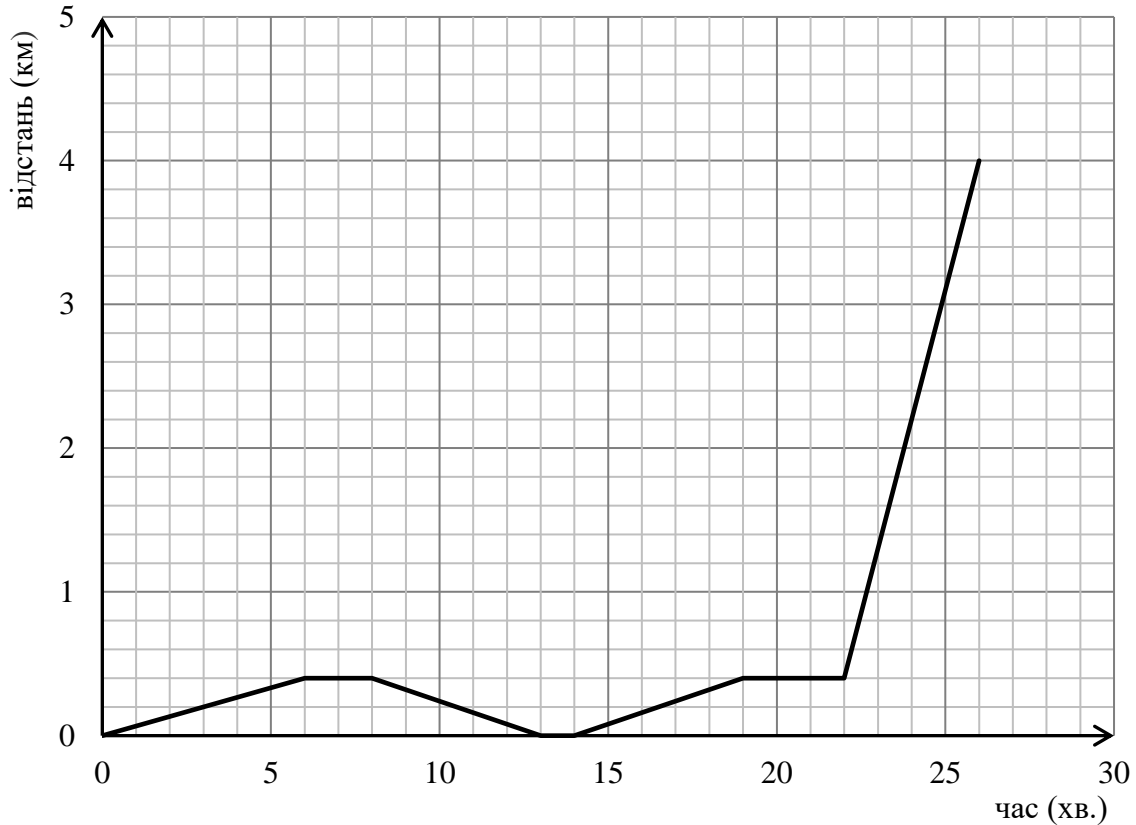
0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Рішення

D

Інформація до завдань 13. і 14.

Матеуш живе на відстані 4 км від школи. Йдучи на автобусну зупинку, частину дороги до школи він долає пішки. Там він чекає на автобус, потім в нього сідає і їде до школи. Одного разу, коли він вже був на зупинці, він зрозумів, що забув взяти зошит, і вернувся по нього до дому. Графік показує, як у цей день змінювалася відстань Матеуша від дому залежно від часу.

**Завдання 13. (0–1)**

Закінчіть речення. Вибери вірну відповідь серед наведених.

Від моменту, коли Матеуш розвернувся з зупинки до дому, до моменту, коли від знову вернувся на зупинку, пройшло

- А.** 11 хвилин. **В.** 13 хвилин. **С.** 14 хвилин. **Д.** 16 хвилин.

Загальні вимоги

II. Використання та створення інформації.

1. Сприйняття та інтерпретація даних, що представлені у різних формах, а також їх обробка.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII

XIII. Інтерпретація даних і елементи описової статистики. Учень:

1) інтерпретує дані, що представлені за допомогою таблиць, стовпчикових і кругових діаграм, графіків, а також графіків у системі координат.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Рішення

А

Завдання 14. (0–1)

Оціни правдивість наведених тверджень. Вибери П, якщо твердження правдиве, або Н – якщо воно неправдиве.

Дім Матеуша знаходиться на відстані 400 м від автобусної зупинки.	П	Н
Автобус рухався із середньою швидкістю $54 \frac{\text{км}}{\text{год}}$.	П	Н

Загальні вимоги

II. Використання та створення інформації.

1. Сприйняття та інтерпретація даних, що представлені у різних формах, а також їх обробка.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII

XIII. Інтерпретація даних і елементи описової статистики. Учень:

1) інтерпретує дані, що представлені за допомогою таблиць, стовпчикових і кругових діаграм, графіків, а також графіків у системі координат.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Рішення

ПП

Завдання 15. (0–1)

Записана сума 16 рівних доданків:

$$\underbrace{2+2+2+\dots+2}_{16 \text{ доданків}}$$

Закінчіть речення. Вибери вірну відповідь серед наведених.

Вартість цієї суми дорівнює

A. 2^4 B. 2^5 C. 2^8 D. 2^{16}

Загальні вимоги

II. Використання та створення інформації.

1. Сприйняття та інтерпретація даних, що представлені у різних формах, а також їх обробка.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII

I. Степінь з натуральним показником. Учень:

1) записує добуток однакових множників у формі степеня з цілим позитивним показником.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Рішення

B

Завдання 16. (0-1)

Дано чотири числа: $\sqrt{2}$, $\sqrt{8}$, $-\sqrt{10}$, $-\sqrt{18}$. Сума трьох з них дорівнює 0.

Яке число слід відкинути, щоб залишилися три числа, сума яких дорівнюватиме 0? Вибери вірну відповідь серед наведених.

A. $\sqrt{2}$

B. $\sqrt{8}$

C. $-\sqrt{10}$

D. $-\sqrt{18}$

Загальні вимоги

I. Вміння рахувати.

1. Здійснення нескладних розрахунків у пам'яті або у більш складних діях – письмово, а також використання цих навичок у практичних ситуаціях.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII

II. Корені. Учень:

2) обчислює величину поданого квадратного або кубічного кореня, а також арифметичного виразу, що подано в корені.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

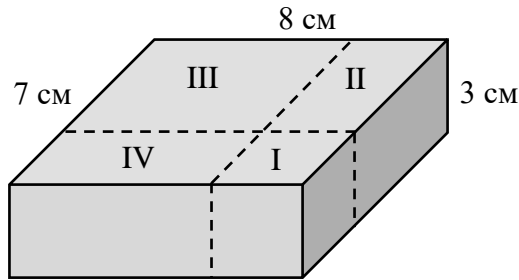
0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Рішення

C

Завдання 17. (0–1)

На рисунку представлений прямокутний кубик розмірами 8 см, 7 см і 3 см, а також спосіб, яким його розрізано на чотири частини: куб (I) і три паралелепіпеди (II, III, IV).



Закінчіть речення. Вибери вірну відповідь серед наведених.

Об'єм паралелепіпеду II дорівнює

- A.** 27 см^3 **B.** 36 см^3 **C.** 45 см^3 **D.** 60 см^3

Загальні вимоги

IV. Мислення та аргументація.

3. Застосування логіки, що виникає зі змісту завдання, створення логічного вирішення задачі, також у багатоетапних рішеннях і таких, які вимагають навичок поєднання знань з різних розділів математики.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI

XI. Розрахунки в геометрії. Учень:

5) обчислює об'єм і площу поверхні паралелепіпеда на підставі даних про довжину сторін.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Рішення

B

Завдання 18. (0–1)

На спектакль були доступні повні квитки за однаковою ціною, а також пільгові квитки, кожний з яких коштував на 50% менше, ніж повний. Пані Анна за 3 повні квитки і 2 пільгові квитки заплатила 120 зл. На той самий спектакль пан Яцек купив 2 повні квитки і 3 пільгові, а пан Марек купив 2 повні квитки і 1 пільговий.

Доповни наведені нижче речення. Вибери відповідь серед позначених літерами A і B, а також відповідь серед позначених літерами C і D.

Пан Яцек заплатив за квитки **A / B**. **A.** 120 зл **B.** 105 зл

Пані Анна заплатила за квитки на **C / D** більше, ніж пан Марек. **C.** 45 зл **D.** 30 зл

Загальні вимоги

III. Використання та інтерпретація понять і теорій математики.

2. Підбір математичної моделі до простої ситуації, а також будівництва її у різних контекстах, в т.ч. у практичному контексті.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII

VI. Рівняння з однією змінною. Учень:

4) вирішує текстові завдання за допомогою рівняння першого ступеня з однією змінною, в т.ч. з розрахунками з відсотками.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

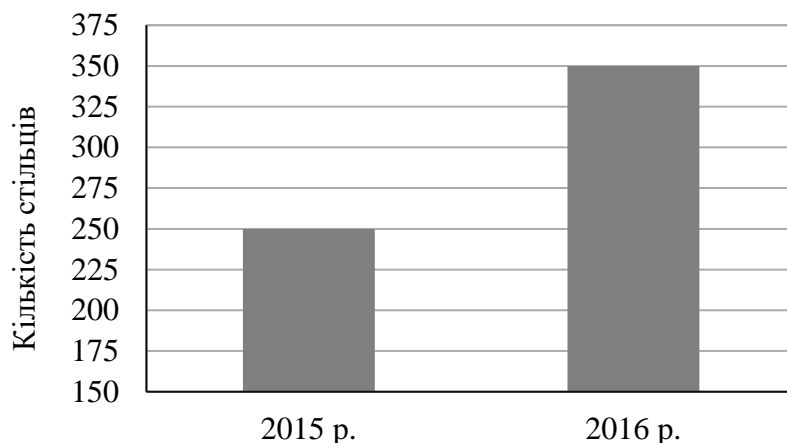
0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Рішення

BC

Завдання 19. (0–1)

На діаграмі представлена обсяг виробництва стільців на фірмі *Mebelix* у 2015 і 2016 рр.



Чи кількість виготовлених стільців у 2016 році була на 100% більше від кількості виготовлених стільців у 2015 році? Вибери відповідь Т або Н і її обґрунтування з-поміж А, В або С.

Т	Так,	оскільки	А.	другий стовпчик на діаграмі в два рази вищий від першого.
Н	Ні,		В.	кількість стільців, виготовлених у 2016 році на 40% більша, ніж кількість стільців, виготовлених у 2015 році.
			С.	у 2016 році виготовлено на 100 стільців більше, ніж у 2015 році.

Загальні вимоги

IV. Мислення та аргументація.

1. Здійснення простого розмірковування, представлення аргументів, що обґрунтовують правильність розмірковування, розрізнення доказу і прикладу.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII

V. Розрахунки з відсотками. Учень:

5) застосовує розрахунки з відсотками для вирішення задач у практичному контексті, а також у випадках багаторазового збільшення або зменшення даної величини.

XIII. Інтерпретація даних і елементи описової статистики. Учень:

1) інтерпретує дані, що представлені за допомогою таблиць, стовпчикових і кругових діаграм, графіків, а також графіків у системі координат.

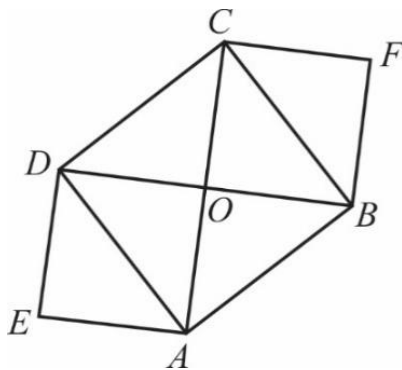
Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Рішення

НВ

Завдання 20. (0–1)На рисунку представлені квадрати $ABCD$, $EAOD$ і $BFCO$. Точка O є точкою перетину діагоналей квадрата $ABCD$.

Оціни правдивість наведених тверджень. Вибери П, якщо твердження правдиве, або Н – якщо воно неправдиве.

Площа квадрата $ABCD$ дорівнює сумі площ квадратів $EAOD$ і $BFCO$.	П	Н
Периметр квадрата $ABCD$ дорівнює сумі довжин усіх діагоналей квадратів $EAOD$ і $BFCO$.	П	Н

Загальні вимоги

II. Використання та створення інформації.

1. Сприйняття та інтерпретація даних, що представлені у різних формах, а також їх обробка.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI

IX. Многокутники, круги та кола. Учень:

5) знає найважливіші властивості квадрата, прямокутника, ромбу, паралелограму та трапеції, розпізнає осесиметричні фігури та вказує осі симетрії фігур.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

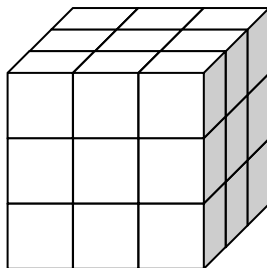
0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Рішення

ПП

Завдання 21. (0–1)

Дерев'яний куб, довжина сторони якого складає 30 см, розрізали на 27 однакових менших кубів. З восьми таких малих кубів створили новий куб.

**Оціни правдивість наведених тверджень. Вибери П, якщо твердження правдиве, або Н – якщо воно неправдиве.**

Площа поверхні нового кубу дорівнює $4\ 800\ \text{см}^2$.	П	Н
Об'єм нового кубу дорівнює $8\ 000\ \text{см}^3$.	П	Н

Загальні вимоги

II. Використання та створення інформації.

1. Сприйняття та інтерпретація даних, що представлені у різних формах, а також їх обробка.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI

XI. Розрахунки в геометрії. Учень:

5) обчислює об'єм і площу поверхні паралелепіпеда на підставі даних про довжину сторін.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Рішення

НП

Завдання 22. (0–3)

У таблиці представлена обрана інформація про два типи чаю, які п'є родина Новаків.

Тип упаковки	Вміст упаковки	Ціна упаковки	Кількість чаю, необхідна для заварювання одного горнятка напою
чай у пакетиках	50 пакетиків	8,50 зл	1 пакетик
розсипний чай	50 г	5,00 зл	2 г

Ця родина випиває щоденно у середньому 12 горняток чаю і має намір купити якомога меншу кількість упаковок чаю одного типу, щоб її вистачило на 30 днів. Розрахуй вартість закупівлі розсипного чаю, а також вартість закупівлі чаю у пакетиках. Запиши розрахунки.

Загальні вимоги

III. Використання та інтерпретація понять і теорій математики.

2. Підбір математичної моделі до простої ситуації, а також будівництво її у різних контекстах, в т.ч. у практичному контексті.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI

XIV. Текстові завдання. Учень:

5) для вирішення завдань, поданих у практичному контексті, застосовує здобуте знання з області арифметики та геометрії, набуті розрахункові навички, а також власні правильні методи.

Правила оцінювання

3 бали – повне вирішення.

2 бали – представлення вірного методу розрахунку вартості закупівлі обох типів чаю на 30 днів
або
розрахунок вартості закупівлі чаю у пакетиках на 30 днів (68 зл),
або
розрахунок вартості закупівлі розсипного чаю на 30 днів (75 зл).

1 бал – представлення вірного методу розрахунку кількості упаковок одного типу чаю на 30 днів.

0 балів – рішення, у якому не було досягнуто значного прогресу.

Зразки повних відповідей**Перший спосіб**

Чай у пакетиках:

1 день — 12 пакетиків

30 день — 360 пакетиків

У 1 упаковці міститься 50 пакетиків чаю.

$$360 : 50 = 7,2$$

Потрібно купити 8 упаковок чаю.

$$8 \cdot 8,50 \text{ зл} = 68 \text{ зл}$$

Розсипний чай:

$$1 \text{ день} \text{ — } 12 \cdot 2 \text{ г} = 24 \text{ г}$$

$$30 \text{ днів} \text{ — } 30 \cdot 24 \text{ г} = 720 \text{ г}$$

У 1 упаковці міститься 50 г чаю.

$$720 : 50 = 14 \text{ залишок } 20$$

Потрібно купити 15 упаковок чаю.

$$15 \cdot 5 \text{ зл} = 75 \text{ зл}$$

Відповідь: За чай у пакетиках треба заплатити 68 зл, а за розсипний чай – 75 зл.

Другий спосіб

Чай у пакетиках:

12 пакетиків чаю вистачить на 1 день

1 упаковка – це 50 пакетиків – вистачить на 4 дня і ще залишаться 2 пакетики

$$6 \cdot 4 \text{ дні} = 24 \text{ дні і } 6 \cdot 2 \text{ пакетики} = 12 \text{ пакетиків (1 день)}$$

На 25 днів потрібно купити 6 упаковок.

На наступні 5 днів потрібні ще 2 упаковки.

На 30 днів потрібно купити 8 упаковок.

$$8 \cdot 8,50 \text{ зл} = 68 \text{ зл}$$

Розсипний чай:

$$1 \text{ день} \text{ — } 12 \cdot 2 \text{ г} = 24 \text{ г}$$

1 упаковка містить 50 г, що вистачить на 2 дня і ще залишиться 1 грам

$$15 \text{ упаковок} \text{ — } 30 \text{ днів і ще залишається } 15 \text{ г}$$

$$14 \text{ упаковок} \text{ — } 28 \text{ днів і } 14 \text{ г}$$

Бракує 10 г, отож треба купити 15 упаковок.

$$15 \cdot 5 \text{ зл} = 75 \text{ зл}$$

Відповідь: За чай у пакетиках треба заплатити 68 зл, а за розсипний чай – 75 зл.

Третій спосіб

Чай у пакетиках:

$$1 \text{ день} \text{ — } 12 \text{ пакетиків}$$

$$30 \text{ днів} \text{ — } 360 \text{ пакетиків}$$

$$360 : 50 = 7 \text{ залишок } 10$$

На 30 днів потрібно купити 8 упаковок.

$$8 \cdot 8,50 \text{ зл} = 68 \text{ зл}$$

Розсипний чай:

$$1 \text{ день} \text{ — } 12 \text{ чаїв}$$

$$30 \text{ днів} \text{ — } 360 \text{ чаїв}$$

$$1 \text{ день} \text{ — } 12 \cdot 2 \text{ г} = 24 \text{ г}$$

50 г : 2 = 25 г — одної упаковки розсипного чаю вистачить на 25 чаїв

$$360 : 25 = 14 \text{ залишок } 10$$

Потрібно купити 15 упаковок.

$$15 \cdot 5 \text{ зл} = 75 \text{ зл}$$

Відповідь: За чай у пакетиках треба заплатити 68 зл, а за розсипний чай – 75 зл.

Четвертий спосіб

Чай у пакетиках:

12 пакетиків треба на 1 день

 $30 \cdot 12 = 360$ — кількість пакетиків чаю, потрібна на 30 днів

1 упаковка містить 50 пакетиків чаю

 $7 \cdot 50 = 350$ пакетиків чаю — занадто мало на 30 днів $8 \cdot 50 = 400$ пакетиків чаю — вистачить на 30 днів

Треба купити 8 упаковок цього чаю.

 $8 \cdot 8,50 \text{ зл} = 68 \text{ зл}$

Розсипний чай:

1 день — $12 \cdot 2 \text{ г} = 24 \text{ г}$ $30 \cdot 24 \text{ г} = 720 \text{ г}$ — кількість грамів чаю, яка потрібна на 30 днів $14 \cdot 50 = 700 \text{ г}$ — занадто мало на 30 днів $15 \cdot 50 = 750 \text{ г}$ — вистачить на 30 днів

Треба купити 15 упаковок цього чаю.

 $15 \cdot 5 \text{ зл} = 75 \text{ зл}$

Відповідь: За чай у пакетиках треба заплатити 68 зл, а за розсипний чай – 75 зл.

П'ятий спосіб

Чай у пакетиках:

1 день – 12 пакетиків

30 днів – 360 пакетиків

 $360 - 50 = 310$ — 1 упаковка $310 - 50 = 260$ — 2 упаковка $260 - 50 = 210$ — 3 упаковка $210 - 50 = 160$ — 4 упаковка $160 - 50 = 110$ — 5 упаковка $110 - 50 = 60$ — 6 упаковка $60 - 50 = 10$ — 7 упаковка

10 — 8 упаковка

 $8 \cdot 8,50 \text{ зл.} = 68 \text{ зл.}$

Розсипний чай:

1 день — $12 \cdot 2 \text{ г} = 24 \text{ г}$ $30 \cdot 24 \text{ г} = 720 \text{ г}$ — кількість грамів чаю, потрібна на 30 днів $720 - 50 = 670$ — 1 упаковка $670 - 50 = 620$ — 2 упаковка $620 - 50 = 570$ — 3 упаковка $570 - 50 = 520$ — 4 упаковка $520 - 50 = 470$ — 5 упаковка $470 - 50 = 420$ — 6 упаковка $420 - 50 = 370$ — 7 упаковка $370 - 50 = 320$ — 8 упаковка $320 - 50 = 270$ — 9 упаковка $270 - 50 = 220$ — 10 упаковка $220 - 50 = 170$ — 11 упаковка $170 - 50 = 120$ — 12 упаковка

$$120 - 50 = 70 \quad \text{— 13 упаковка}$$

$$70 - 50 = 20 \quad \text{— 14 упаковка}$$

$$20 \quad \text{— 15 упаковка}$$

$$15 \cdot 5 \text{ зл.} = 75 \text{ зл.}$$

Відповідь: За чай у пакетиках треба заплатити 68 зл, а за розсипний чай – 75 зл.

Шостий спосіб

Чай у пакетиках:

$$8,50 : 50 = 0,17 \text{ зл/1 пакетик}$$

$$0,17 \cdot 30 \cdot 12 = 61,20 \text{ зл}$$

$$61,20 : 8,50 = 7,2$$

На 30 днів потрібно купити 8 упаковок.

$$8 \cdot 8,50 \text{ зл} = 68 \text{ зл}$$

Розсипний чай:

$$5 : 50 = 0,10 \text{ зл/1 г}$$

$$0,10 \cdot 30 \cdot 12 \cdot 2 = 72 \text{ зл}$$

$$72 : 5 = 14,4$$

На 30 днів потрібно купити 15 упаковок.

$$15 \cdot 5 \text{ зл} = 75 \text{ зл}$$

Відповідь: За чай у пакетиках треба заплатити 68 зл, а за розсипний чай – 75 зл.

Завдання 23. (0–2)

Доведи, що перший день вересня і перший день грудня цього самого року припадає на той самий день тижня.

Загальні вимоги

IV. Мислення та аргументація.

2. Розуміння закономірності, схожості та аналогії, а також формулювання висновків на їх основі.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI

XII. Практичні розрахунки. Учень:

4) здійснює прості календарні розрахунки у днях, тижнях, місяцях, роках.

Правила оцінювання

2 бали – повне вирішення.

1 бал – ствердження, що від 1 вересня до 1 грудня минає 91 день, або ствердження, що 1 грудня припадає на той самий день тижня, що й 1 вересня, у ситуації, коли обґрунтування базується на ствердженні, що 1 вересня припадає на конкретний день тижня.

0 балів – рішення, у якому не було досягнуто значного прогресу.

Зразки повних відповідей**Перший спосіб**

вересень	30 днів
жовтень	31 день
<u>листопад</u>	<u>30 днів</u>
Разом:	91 день

$$91 : 7 = 13$$

Від 1 вересня до 1 грудня минає рівно 13 тижнів, отож 1 вересня припадає на той самий день тижня, що й 1 грудня.

Другий спосіб

Припустимо, що 1 вересня припадає на понеділок, отож наступні понеділки це: 8, 15, 22 і 28 вересня, 5, 12, 19 і 26 жовтня, 2, 9, 16, 23 і 30 листопада, а також 1 грудня. З цього випливає, що 1 вересня і 1 грудня припадають на той самий день тижня. Так само буде, якщо 1 вересня припадатиме на вівторок, середу, тощо - завжди 1 грудня припадає на той самий день тижня, що й 1 вересня.

Завдання 24. (0–3)

У системі координат на площині подано точки: $K = (-2, 8)$ і $M = (4, 6)$. Вкажи координати точки P при умові, що одна з трьох точок P, K, M буде серединою відрізка з кінцями в двох інших точках. Вкажи усі можливі варіанти.

Загальні вимоги

IV. Мислення та аргументація.

3. Застосування логіки, що виникає зі змісту завдання, створення логічного вирішення задачі, також у багатоступінних рішеннях і таких, які вимагають навичок поєднання знань з різних розділів математики.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII

X. Числова вісь. Система координат на площині. Учень:

4) знаходить середину відрізка, кінці якого мають дані координати (цілі або раціональні), а також знаходить координати другого кінця відрізка, коли задані один його кінець та середина.

Правила оцінювання

3 бали – повне вирішення.

2 бали – розгляд усіх можливих варіантів розміщення точки P і представлення правильного методу визначення їх координат.

1 бал – розгляд однієї одного можливого варіанту розміщення точки P і представлення правильного методу визначення її координат.

0 балів – рішення, у якому не було досягнуто значного прогресу.

Зразок повної відповіді

Є три можливі варіанти розміщення точок P, K і M .

- Точка $P = (x, y)$ є серединою відрізка KM .

$$x = \frac{-2+4}{2} = 1 \quad y = \frac{8+6}{2} = 7 \quad P = (1, 7)$$

- Точка K є серединою відрізка PM , де $P = (x, y)$.

$$\begin{aligned} -2 &= \frac{x+4}{2} & 8 &= \frac{y+6}{2} \\ x+4 &= -4 & y+6 &= 16 \\ x &= -8 & y &= 10 \end{aligned} \quad P = (-8, 10)$$

- Точка M є серединою відрізка PK , де $P = (x, y)$.

$$\begin{aligned} 4 &= \frac{x-2}{2} & 6 &= \frac{y+8}{2} \\ x-2 &= 8 & y+8 &= 12 \\ x &= 10 & y &= 4 \end{aligned} \quad P = (10, 4)$$

Відповідь: Точка P може мати координати $(1, 7)$, $(-8, 10)$ або $(10, 4)$.

Завдання 25. (0–2)

У таблиці наведені ціни купівлі і продажу двох валют в обмінному пункті *Pik*.

	Купівля	Продаж
1 долар	4,18 зл.	4,25 зл.
1 британський фунт	5,10 зл.	5,22 зл.

Мартин хоче поміняти 400 британських фунтів на долари. Для цього він мусить спочатку поміняти фунти на злоті, а потім - отримані злоті на долари. Скільки доларів отримає Мартин, якщо поміняє валюту в обмінному пункті *Pik*? Запиши розрахунки.

Загальні вимоги

II. Використання та створення інформації.

1. Сприйняття та інтерпретація даних, що представлені у різних формах, а також їх обробка.

Детальні вимоги

КЛАСИ 4–6

XIV. Текстові завдання. Учень:

5) для вирішення завдань, поданих у практичному контексті, застосовує здобуте знання з області арифметики та геометрії, набуті розрахункові навички, а також власні правильні методи.

Правила оцінювання

2 бали – повне вирішення.

1 бал – представлення правильного методу розрахунку суми (у злотих), за яку обмінник купив 400 британських фунтів, або представлення правильного методу розрахунку суми (у доларах), яку Мартин отримує за 1 британський фунт.

0 балів – рішення, у якому не було досягнуто значного прогресу.

Зразки повних відповідей**Перший спосіб**

Обмінник купує у Мартина 400 британських фунтів по 5,10 зл за фунт.

$$400 \cdot 5,10 \text{ зл} = 2\,040 \text{ зл}$$

Обмінник продає Мартину долари по 4,25 зл за долар.

$$2040 : 4,25 = 480$$

Відповідь: За 400 британських фунтів Мартин отримує 480 доларів.

Другий спосіб

Обмінник купує у Мартина 1 британський фунт за 5,10 зл, а продає йому долари по 4,25 зл за долар.

$$5,10 : 4,25 = 1,2$$

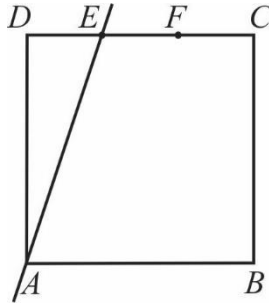
За кожний фунт Мартин отримує 1,2 долара.

$$400 \cdot 1,20 = 480$$

Відповідь: За 400 британських фунтів Мартин отримує 480 доларів.

Завдання 26. (0–2)

Сторона CD квадрата $ABCD$ поділений точками E і F на три рівних відрізка. Через вершину A квадрата й через точку E проведена пряма. Площа трикутника AED дорівнює 24 см^2 .



Розрахуй площу квадрата $ABCD$. Запиши розрахунки.

Загальні вимоги

IV. Мислення та аргументація.

2. Розуміння закономірності, схожості та аналогії, а також формулювання висновків на їх основі.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI

XI. Розрахунки в геометрії. Учень:

2) обчислює площі: трикутника, квадрата, прямокутника, ромбу, паралелепіпеду, трапеції, представлених на рисунку, а також у практичних ситуаціях, в т.ч. також для даних, що вимагають зміни одиниць і в ситуаціях з нетиповими розмірами, наприклад площа трикутника із стороною 1 км і висотою 1 мм .

Правила оцінювання

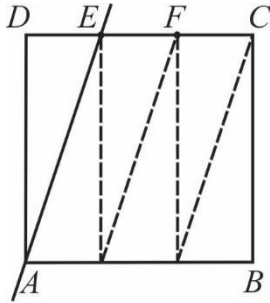
2 бали – повне вирішення.

1 бал – ствердження, що площа квадрата у 6 разів більша, ніж площа трикутника AED ,
 або
 ствердження, що площа половини квадрата у 3 рази більша, ніж площа трикутника AED ,
 або
 розрахунок довжини однієї з гіпотенуз трикутника AED .

0 балів – рішення, у якому не було досягнуто значного прогресу.

Зразки повних відповідей**Перший спосіб**

Зауважимо, що квадрат $ABCD$ можна поділити на 6 трикутників, рівних трикутнику AED .

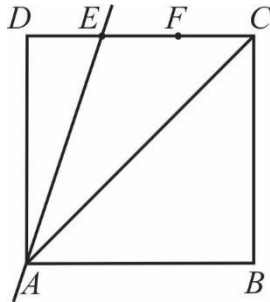


$$P = 6 \cdot 24 = 144 \text{ (см}^2\text{)}$$

Відповідь: Площа квадрата $ABCD$ дорівнює 144 см^2 .

Другий спосіб

Зауважимо, що трикутник AED має у 3 рази меншу площу, ніж площа половини квадрата. Отож, вона у 6 разів менша, ніж площа квадрата $ABCD$.



$$P = 6 \cdot 24 = 144 \text{ (см}^2\text{)}$$

Відповідь: Площа квадрата $ABCD$ дорівнює 144 см^2 .

Третій спосіб

Позначимо довжину сторону DE трикутника як a . Тоді сторона DA трикутника матиме довжину $3a$.

З формули площі трикутника отримуємо рівняння:

$$24 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 3a$$

$$3a^2 = 48$$

$$a = 4$$

$$3a = 3 \cdot 4 = 12$$

$$P = 6 \cdot 24 = 144 \text{ (см}^2\text{)}$$

Відповідь: Площа квадрата $ABCD$ дорівнює 144 см^2 .

Завдання 27. (0–2)

У першому резервуарі було в чотири рази більше води, ніж в другому. Після того, як до кожного з них влили по 6 літрів, у першому стало в два рази більше води, ніж в другому. Скільки разом води є тепер в обох резервуарах? Запиши розрахунки.

Загальні вимоги

III. Використання та інтерпретація понять і теорій математики.

2. Підбір математичної моделі до простої ситуації, а також будовання її у різних контекстах, в т.ч. у практичному контексті.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII

VI. Рівняння з однією змінною. Учень:

4) вирішує текстові завдання за допомогою рівняння першого ступеня з однією змінною, в т.ч. з розрахунками у відсотках.

Правила оцінювання

2 бали – повне вирішення.

1 бал – представлення правильного методу розрахунку початкового об'єму води першому резервуарі
або
представлення правильного методу розрахунку початкового об'єму води в другому резервуарі

0 балів – рішення, у якому не було досягнуто значного прогресу.

Зразки повних відповідей**Перший спосіб**

x – початковий об'єм води у другому резервуарі (у літрах)

$4x$ – початковий об'єм води у першому резервуарі (у літрах)

$$4x + 6 = 2(x + 6)$$

$$4x + 6 = 2x + 12$$

$$x = 3$$

У першому резервуарі було на початку $4 \cdot 3 = 12$ літрів води, а в другому були 3 літри.

$$12 + 6 = 18$$

$$3 + 6 = 9$$

Після доливання:

– у першому резервуарі є 18 літрів води

– у другому резервуарі є 9 літрів води.

$$18 + 9 = 27$$

Відповідь: Разом в обох резервуарах є 27 літрів води.

Другий спосіб

x – початковий об'єм води у першому резервуарі (у літрах)

$\frac{1}{4}x$ – початковий об'єм води у другому резервуарі (у літрах)

$$x + 6 = 2 \left(\frac{1}{4}x + 6 \right)$$

$$x + 6 = \frac{1}{2}x + 12$$

$$\frac{1}{2}x = 6$$

$$x = 12$$

У першому резервуарі було на початку 12 літрів води, а в другому $-\frac{1}{4} \cdot 12 = 3$ літрів.

$$12 + 6 = 18$$

$$3 + 6 = 9$$

Після доливання:

– у першому резервуарі є 18 літрів води

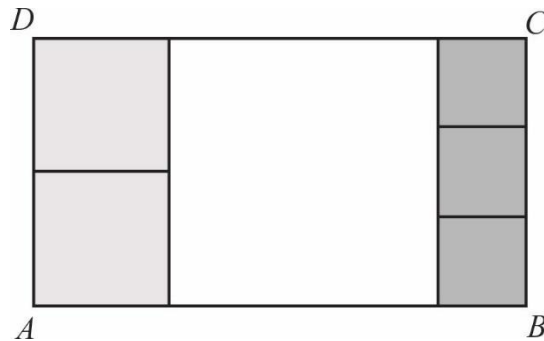
– у другому резервуарі є 9 літрів води.

$$18 + 9 = 27$$

Відповідь: Разом в обох резервуарах є 27 літрів води.

Завдання 28. (0–3)

Прямокутник $ABCD$ поділено на 6 квадратів: один великий, два середні і три малі, як на рисунку.



Доведи, що площа поверхні великого квадрата більша, ніж половина поверхні прямокутника $ABCD$.

Загальні вимоги

IV. Мислення та аргументація.

1. Здійснення простого розмірковування, представлення аргументів, що обґрунтовують правильність розмірковування, розрізнення доказу і прикладу.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII

III. Створення алгебраїчних виразів з однією та багатьма змінними. Учень:

3) записує залежності, що представлені у завданнях, в формі алгебраїчних виразів з однією або кількома змінними.

Правила оцінювання

3 бали – повне вирішення.

2 бали – записування площі прямокутника $ABCD$ і площі великого квадрата за допомогою алгебраїчних виразів, що містять ту саму змінну
або

записування довжини сторони AB прямокутника $ABCD$ і довжини сторони великого квадрата за допомогою алгебраїчних виразів, що містять ту саму змінну,

або

ствердження, що два середні квадрати займають половину поверхні великого квадрата, а три малі квадрати займають поверхню меншу, ніж половина поверхні великого квадрата,

або

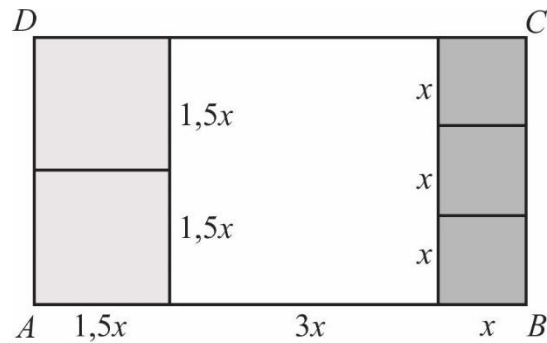
обґрунтування правильним методом, але з помилковими розрахунками, що великий квадрат займає більше половини площі прямокутника $ABCD$.

1 бал – записування залежності між довжинами сторін квадратів.

0 балів – рішення, у якому не було досягнуто значного прогресу.

Зразки повних відповідей**Перший спосіб**

Якщо ми позначимо довжину малого квадрата як x , то великий квадрат матиме сторону довжиною $3x$, а середній – сторону довжиною $1,5x$.



Площа прямокутника $ABCD$: $3 \cdot x^2 + (3x)^2 + 2 \cdot (1,5x)^2 = 16,5x^2$

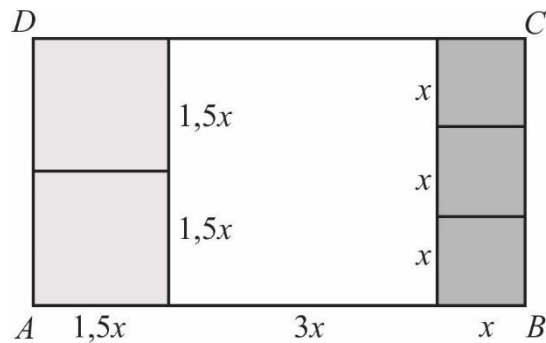
Площа великого квадрата: $(3x)^2 = 9x^2$

Половина площі прямокутника $ABCD$ – це $8,25x^2$.

Отже, великий квадрат займає понад половину площі прямокутника $ABCD$.

Другий спосіб

Якщо ми позначимо довжину малого квадрата як x , то великий квадрат матиме сторону довжиною $3x$, а середній – сторону довжиною $1,5x$.



Розрахуємо довжину відрізка AB , на якому встановлений прямокутник $ABCD$: $1,5x + 3x + x = 5,5x$.

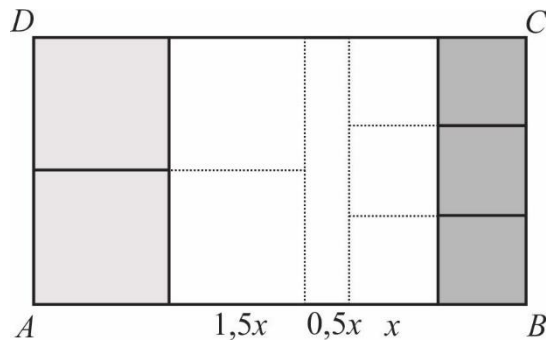
Поділімо прямокутник $ABCD$ на три прямокутники однакової висоти AD : перший складений з 2 середніх квадратів, другий – великий квадрат, а третій складений з 3 малих квадратів.

Великий квадрат має сторону довжиною $3x$.

Половина довжини відрізка AB – це $2,75x$.

$$2,75x \cdot 3x < 3x \cdot 3x$$

Отже, великий квадрат займає понад половину площі прямокутника $ABCD$.

Третій спосіб

Зауважимо, що два середні квадрати займають половину поверхні великого квадрата, а три малі квадрати займають поверхню, меншу, ніж половина поверхні великого квадрата. Отож, великий квадрат займає понад половину площі прямокутника $ABCD$.

Четвертий спосіб

Сторона середнього квадрата на половину менша, ніж сторона великого квадрата.

З цього випливає, що площа середнього квадрата складає $\frac{1}{4}$ площі великого квадрата.

$$P_{sr} = \frac{1}{4} P_D$$

Сторона малого квадрата складає $\frac{1}{3}$ сторони великого квадрата. З цього випливає, що

площа малого квадрата складає $\frac{1}{9}$ площі великого квадрата.

$$P_M = \frac{1}{9} P_D$$

$$2 \cdot P_{sr} + 3 \cdot P_M = 2 \cdot \frac{1}{4} P_D + 3 \cdot \frac{1}{9} P_D = \frac{1}{2} P_D + \frac{1}{3} P_D = \frac{5}{6} P_D < P_D$$

Отож, великий квадрат займає понад половину площі прямокутника $ABCD$.

Завдання 29. (0–3)

Прямокутну смужку паперу порізали на чотири частини так, як представлено на рисунку 1. З цих частин склали фігуру у формі квадрата так, як показано на рисунку 2. Площа цього квадрата дорівнює 36 см^2 .

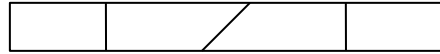


Рисунок 1.

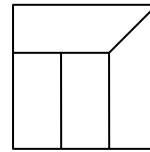


Рисунок 2.

Розрахуй периметр смужки паперу до розрізання. Запиши розрахунки.

Загальні вимоги

II. Використання та створення інформації.

1. Сприйняття та інтерпретація даних, що представлені у різних формах, а також їх обробка.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI

XI. Розрахунки в геометрії. Учень:

2) обчислює площі: трикутника, квадрата, прямокутника, ромбу, паралелепіпеду, трапеції, представлених на рисунку, а також у практичних ситуаціях, в т.ч. також для даних, що вимагають зміни одиниць і в ситуаціях з нетиповими розмірами, наприклад площа трикутника з стороною 1 км і висотою 1 мм.

Правила оцінювання

3 бали – повне вирішення.

2 бали – представлення правильного методу розрахунку периметру прямокутника або розрахунок розмірів прямокутників і трапецій, з яких був складений квадрат (прямокутник: $2 \text{ см} \times 4 \text{ см}$, трапеція: основи – 4 см і 6 см, висота – 2 см).

1 бал – представлення правильного методу розрахунку довжини сторін квадрата.

0 балів – рішення, у якому не було досягнуто значного прогресу.

Зразок повної відповіді

Сторона квадрата має довжину $\sqrt{36} = 6 \text{ (см)}$. Ця довжина складається з 3 ширин смужки, отож смужка мала ширину $6 : 3 = 2 \text{ (см)}$.

Площа смужки дорівнює площі квадрата, отож довжина смужки це $36 : 2 = 18 \text{ (см)}$.

До розрізання смужка мала розміри $2 \text{ см} \times 18 \text{ см}$.

$$2 \cdot 2 + 2 \cdot 18 = 40 \text{ (см)}$$

Відповідь: Периметр смужки паперу до розрізання дорівнював 40 см.

Завдання 30. (0–3)

Три сусідки замовили разом каву в інтернет-магазині. Кава для пані Маліновської мала коштувати 120 зл, а для пані Вишневської і пані Сливінської – по 90 зл. Однак за покупку вони отримали знижку та за замовлену каву заплатили тільки 260 зл. Скільки грошей повинна заплатити кожна жінка, щоб її внесок був пропорційним до первинної вартості замовлення? Запиши розрахунки.

Загальні вимоги

III. Використання та інтерпретація понять і теорій математики.

2. Підбір математичної моделі до простої ситуації, а також будівництва її у різних контекстах, в т.ч. у практичному контексті.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII

VII. Пряма пропорційність. Учень:

3) застосовує пропорційний розподіл.

Правила оцінювання

3 бали – повне вирішення.

2 бали – представлення правильного методу розрахунку сум, які повинна заплатити кожна сусідка.

1 бал – представлення правильного методу:

- визначення, якою частиною первинної вартості замовлення є замовлена кава для однієї сусідки, наприклад $\frac{120}{300} = \frac{4}{10}$,
або
- визначення відношення вартості замовлень, наприклад $4 : 3 : 3$,
або
- визначення відношення суми, яку слід заплатити після знижки, до первинної вартості замовлення, наприклад $\frac{260}{300} = \frac{13}{15}$,
або
- визначення відношення знижки до первинної вартості замовлення, наприклад $\frac{40}{300} = \frac{2}{15}$,

0 балів – рішення, у якому не було досягнуто значного прогресу.

Зразки повних відповідей**Перший спосіб**

Первинна вартість замовлення - це 300 зл.

Ціна кави пані Маліновської складає $\frac{120}{300} = \frac{4}{10}$ від цієї суми.

$\frac{4}{10} \cdot 260$ зл = 104 зл — сума, яку має заплатити пані Маліновська

$260 \text{ зл} - 104 \text{ зл} = 156 \text{ зл}$ — загальна сума, яку повинні заплатити пані Вишневська та пані Сливінська

$156 : 2 = 78 \text{ зл}$ — сума, яку повинна заплатити кожна жінка: Вишневська і Сливінська

Відповідь: Пані Маліновська повинна заплатити 104 зл, а пані Вишневська та пані Сливінська – по 78 зл.

Другий спосіб

$4 : 3 : 3$ — відношення первинних вартостей замовлень

$$4 + 3 + 3 = 10$$

$$260 \text{ зл} : 10 = 26 \text{ зл}$$

$4 \cdot 26 \text{ зл} = 104 \text{ зл}$ — сума, яку має заплатити пані Маліновська

$3 \cdot 26 \text{ зл} = 78 \text{ зл}$ — сума, яку повинна заплатити кожна жінка: Вишневська і Сливінська

Відповідь: Пані Маліновська повинна заплатити 104 зл, а пані Вишневська та пані Сливінська – по 78 зл.

Третій спосіб

$$\frac{260}{300} = \frac{13}{15}$$

Кожна жінка повинна заплатити $\frac{13}{15}$ від первинної вартості свого замовлення.

$$\text{пані Маліновська: } \frac{13}{15} \cdot 120 \text{ зл} = 13 \cdot 8 \text{ зл} = 104 \text{ зл}$$

$$\text{пані Вишневська та пані Сливінська: } \frac{13}{15} \cdot 90 \text{ зл} = 13 \cdot 6 \text{ зл} = 78 \text{ зл}$$

Відповідь: Пані Маліновська повинна заплатити 104 зл, а пані Вишневська та пані Сливінська – по 78 зл.

Четвертий спосіб

40 зл – сума знижки

$$\frac{40}{300} = \frac{2}{15}$$

Кожна жінка повинна заплатити на $\frac{2}{15}$ менше грошей, ніж передбачалося спочатку.

$$\text{пані Маліновська: } \frac{2}{15} \cdot 120 \text{ зл} = 2 \cdot 8 \text{ зл} = 16 \text{ зл}$$

$$120 \text{ зл} - 16 \text{ зл} = 104 \text{ зл}$$

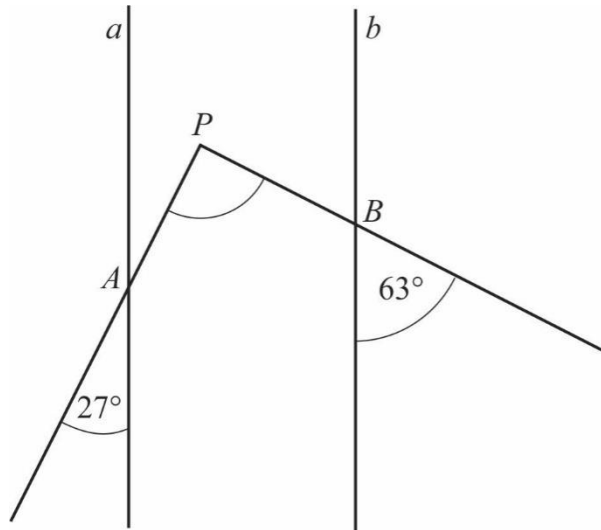
$$\text{пані Вишневська та пані Сливінська: } \frac{2}{15} \cdot 90 \text{ зл} = 2 \cdot 6 \text{ зл} = 12 \text{ зл}$$

$$90 \text{ зл} - 12 \text{ зл} = 78 \text{ зл}$$

Відповідь: Пані Маліновська повинна заплатити 104 зл, а пані Вишневська та пані Сливінська – по 78 зл.

Завдання 31. (0–2)

Прямі a і b паралельні.



Промені PA і PB перетинають ці прямі, у результаті чого створюють з ними гострі кути, значення яких вказані на рисунку. Доведи, що кут APB прямий.

Загальні вимоги

IV. Мислення та аргументація.

1. Здійснення простого розмірковування, представлення аргументів, що обґрунтовують правильність розмірковування, розрізнення доказу і прикладу.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII

VIII. Властивості геометричних фігур на площині. Учень:

3) використовує властивості паралельних прямих, зокрема, застосовує рівність між рівносторонніми та різносторонніми кутами.

Правила оцінювання

2 бали – повне вирішення.

1 бал – проведення прямої c і записування правильної величини принаймні одного відповідного кута до 27° або 63°

або

проведення прямої AP або PB і записування правильної величини відповідного кута у трикутнику APC або BPD ,

або

проведення прямої c і записування правильної величини кутів, принаймні одного з трикутників APC або BPD ,

або

проведення прямої c і встановлення величин тупих кутів п'ятикутника $ACDBP$,

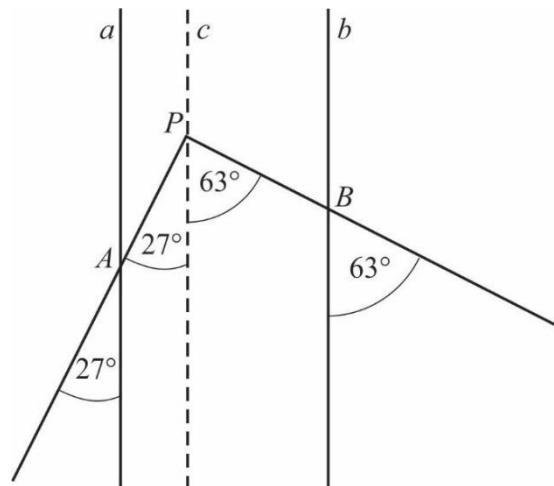
або

проведення прямої c і записування правильних величин кутів CAP і CBP чотирикутника.

0 балів – рішення, у якому не було досягнуто значного прогресу.

Зразки повних відповідей

Перший спосіб

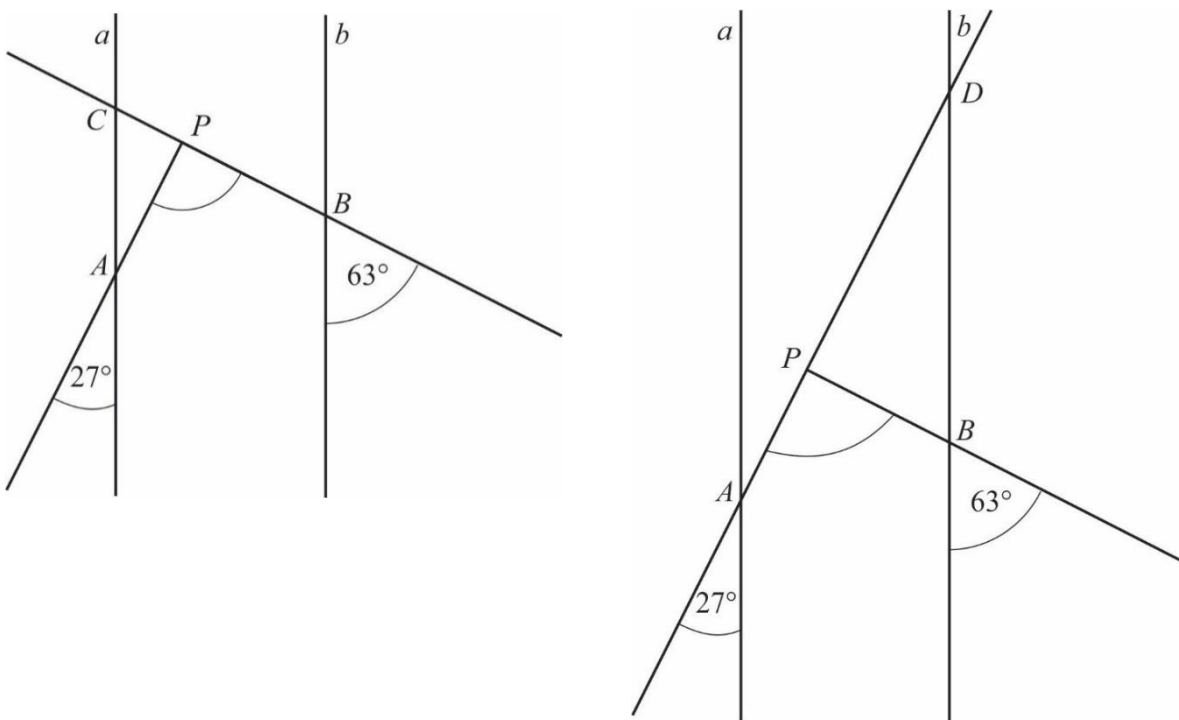


Через точку P проводимо пряму c паралельну a і b . Вона ділить кут APB на дві частини, з яких одна є відповідним кутом до 27° , а друга – до 63° , отож

$$|\sphericalangle APB| = 27^\circ + 63^\circ = 90^\circ.$$

Кут APB прямий.

Другий спосіб



Продовжуємо промінь PB до перетину з прямою a у точці C або променем PA до перетину з прямою b у точці D . Встановлюємо величини двох кутів в утворених трикутниках APC або BPD . Один з кутів є вертикальним кутом, а другий – відповідним кутом до кутів відповідно 63° і 27° .

Обчислюємо величину третього кута в утворених трикутниках APC або BPD .

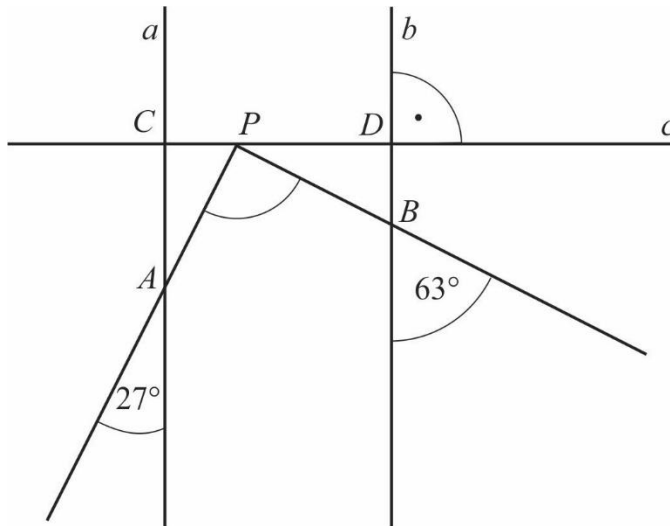
$$|\sphericalangle APC| = 180^\circ - (27^\circ + 63^\circ) = 90^\circ$$

Кут APB є суміжним з кутом APC , тобто прямим.

$$|\sphericalangle BPD| = 180^\circ - (27^\circ + 63^\circ) = 90^\circ$$

Кут APB є суміжним з кутом BPD , тобто прямим.

Третій спосіб



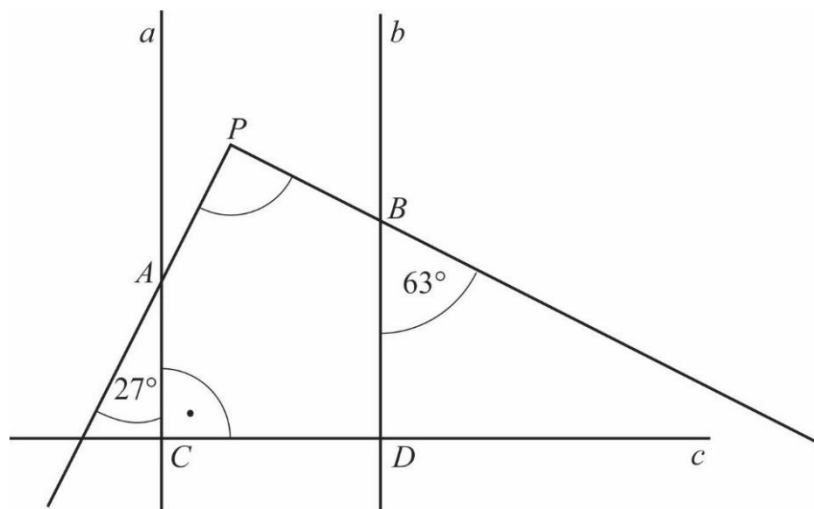
Через точку P проводимо пряму c перпендикулярно до a і b . Вона утворює два прямокутні трикутники APC і BPD . Встановлюємо величини гострих кутів цих трикутників.

$$|\sphericalangle CPA| = 90^\circ - 27^\circ = 63^\circ \quad \text{і} \quad |\sphericalangle BPD| = 90^\circ - 63^\circ = 27^\circ$$

$$|\sphericalangle APB| = 180^\circ - (27^\circ + 63^\circ) = 90^\circ$$

Кут APB прямий.

Четвертий спосіб



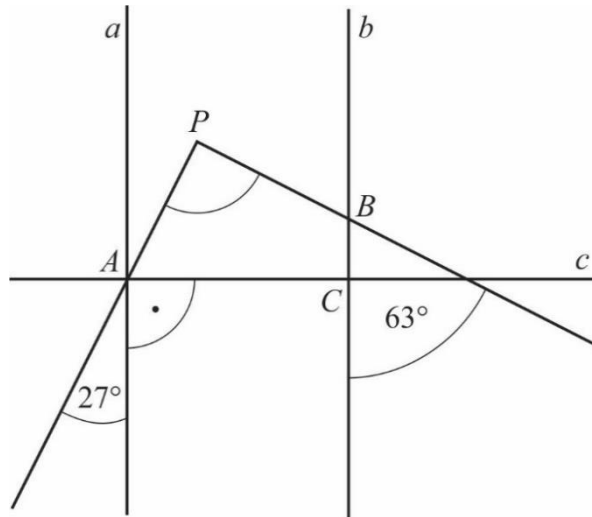
Проводимо пряму c перпендикулярну до a і b так, щоб утворити випуклий п'ятикутник. Встановлюємо величини тупих кутів цього п'ятикутника.

$$|\sphericalangle CAP| = 180^\circ - 27^\circ = 153^\circ \quad \text{і} \quad |\sphericalangle PBD| = 180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$$

$$|\sphericalangle APB| = 540^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 117^\circ + 153^\circ) = 90^\circ$$

Кут APB прямий.

П'ятий спосіб



Через точку A проводимо пряму c перпендикулярно до a і b . Вона утворює чотирикутник $ACBP$. Встановлюємо величини двох кутів чотирикутника.

$$|\sphericalangle CBP| = 180^\circ - 63^\circ = 117^\circ \quad \text{і} \quad |\sphericalangle CAP| = 90^\circ - 27^\circ = 63^\circ$$

$$|\sphericalangle APB| = 360^\circ - (90^\circ + 117^\circ + 63^\circ) = 90^\circ$$

Кут APB прямий.

Завдання 32. (0–4)

У контейнері знаходяться сині, чорні та зелені м'ячики. Чорних м'ячиків на 20% менше, ніж синіх, а синіх – на 6 менше, ніж зелених. Синіх і зелених м'ячиків разом на 48 більше, ніж чорних. Скільки загалом м'ячиків є у цьому контейнері? Запиши розрахунки.

Загальні вимоги

III. Використання та інтерпретація понять і теорій математики.

2. Підбір математичної моделі до простої ситуації, а також будівництва її у різних контекстах, в т.ч. у практичному контексті.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII

VI. Рівняння з однією змінною. Учень:

4) вирішує текстові завдання за допомогою рівняння першого ступеня з однією змінною, в т.ч. з розрахунками у відсотках.

Правила оцінювання

4 бали – повне вирішення.

3 бали – розрахунок кількості м'ячиків одного кольору (правильне рішення рівняння, що відповідає умовам завдання).

2 бали – записування правильного рівняння з однією змінною, що означає кількість м'ячиків обраного/даного кольору.

1 бал – опис: в залежності від кількості м'ячиків обраного кольору, кількість м'ячиків двох інших кольорів.

0 балів – рішення, у якому не було досягнуто значного прогресу.

Зразки повних відповідей**Перший спосіб**

n – кількість синіх м'ячиків

$0,8n$ – кількість чорних м'ячиків

$n + 6$ – кількість зелених м'ячиків

$$n + (n + 6) = 0,8n + 48$$

$$2n + 6 = 0,8n + 48$$

$$1,2n = 42$$

$$n = 35$$

$$0,8n = 28$$

$$n + 6 = 41$$

$$35 + 28 + 41 = 104$$

Відповідь: У контейнері 104 м'ячики.

Другий спосіб z – кількість зелених м'ячиків $z - 6$ – кількість синіх м'ячиків $0,8(z - 6)$ – кількість чорних м'ячиків

$$z + (z - 6) = 0,8(z - 6) + 48$$

$$2z - 6 = 0,8z - 4,8 + 48$$

$$1,2z = 49,2$$

$$z = 41$$

$$z - 6 = 35$$

$$0,8(z - 6) = 28$$

$$35 + 28 + 41 = 104$$

Відповідь: У контейнері 104 м'ячки.

Третій спосіб c – кількість чорних м'ячиків $1,25c$ – кількість синіх м'ячиків $1,25c + 6$ – кількість зелених м'ячиків

$$1,25c + (1,25c + 6) = c + 48$$

$$2,5c + 6 = c + 48$$

$$1,5c = 42$$

$$c = 28$$

$$1,25c = 35$$

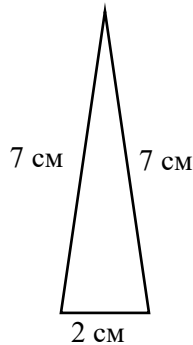
$$1,25c + 6 = 41$$

$$35 + 28 + 41 = 104$$

Відповідь: У контейнері 104 м'ячки.

Завдання 33. (0–4)

Трикутник представлений на рисунку є бічною гранню правильної трикутної піраміди.



Розрахуй загальну площу поверхні цієї піраміди. Запиши розрахунки.

Загальні вимоги

IV. Мислення та аргументація.

3. Застосування логіки, що виникає зі змісту завдання, створення логічного вирішення задачі, також у багатоступінчатих рішеннях і таких, які вимагають навичок поєднання знань з різних розділів математики.

Детальні вимоги

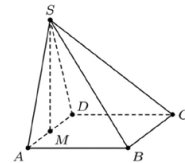
КЛАСИ VII і VIII

XI. Просторова геометрія. Учень:

3) обчислює об'єми і площу поверхні правильних пірамід і таких, які не є правильними з рівнем складності, не більшим, ніж у прикладі:

Прямокутник $ABCD$ є основою піраміди $ABCDS$, точка M є серединою

грані AD , відрізок MS є висотою піраміди. Подано наступні довжини сторін: $AD = 10$ см, $AS = 13$ см і $AB = 20$ см. Розрахуй об'єм піраміди.

**Правила оцінювання**

4 бали – повне вирішення.

3 бали – представлення правильного методу розрахунку площі поверхні основи піраміди і площі поверхні бічної грані піраміди.

2 бали – представлення правильного методу розрахунку площі поверхні основи піраміди або площі поверхні бічної грані піраміди.

1 бал – представлення правильного методу розрахунку висоти основи або висоти бічної грані.

0 балів – рішення, у якому не було досягнуто значного прогресу.

Зразок повної відповіді

Основа піраміди є рівнобедреним трикутником зі стороною 2 см.

h – висота трикутника, що є основою піраміди

$$h^2 + 1^2 = 2^2$$

$$h = \sqrt{3} \text{ (см)}$$

$$\text{Площа основи: } P_p = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3} \text{ (см}^2\text{)}$$

w – висота бічної грані, що опущена на сторону довжиною 2 см

$$w^2 + 1^2 = 7^2$$

$$w^2 = 48$$

$$w = \sqrt{48}$$

$$w = 4\sqrt{3} \text{ (см)}$$

$$P_{бг} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \text{ (см}^2\text{)}$$

$$P_c = P_p + 3 \cdot P_{бг} = \sqrt{3} + 3 \cdot 4\sqrt{3} = 13\sqrt{3}$$

Відповідь: Площа загальної поверхні цієї піраміди дорівнює $13\sqrt{3}$ см².

Завдання 34. (0–2)

Княжу Печеру може відвідати щодня тільки десять груп, які входять одна за другою через однакові проміжки часу. Перша група розпочинає екскурсію о 9.00, а остання – о 16.30. Група скаутів прийшла відвідати печеру о годині 13.25. Скільки як мінімум хвилин скаути чекатимуть на вхід до печери? Запиши розрахунки.

Загальні вимоги

IV. Розуміння та аргументування.

3. Застосування логіки, що виникає зі змісту завдання, створення логічного вирішення задачі, також у багатоетапних рішеннях і таких, які вимагають навичок поєднання знань з різних розділів математики.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI

XII. Практичні розрахунки. Учень:

3) здійснює прості часові розрахунки у годинах, хвилинах і секундах.

Правила оцінювання

2 бали – повне вирішення.

1 бал – представлення правильного методу розрахунку часу відвідування печери.

0 балів – рішення, у якому не було досягнуто значного прогресу.

Зразки повних відповідей**Перший спосіб**

Від години 9.00 до 16.30 минає 7 годин і 30 хвилин, тобто 450 хвилин. Протягом цього періоду печеру відвідують 9 разів, отож одне відвідування триває $450 : 9 = 50$ хвилин.

Від години 9.00 до 13.25 минає 265 хвилин, а оскільки $265 = 5 \cdot 50 + 15$, отож наступне відвідування відбудеться за $50 - 15 = 35$ хвилин.

Відповідь: Скаутам прийдеться чекати як мінімум 35 хвилин.

Другий спосіб

Від години 9.00 до 16.30 минає 7 годин і 30 хвилин, тобто 450 хвилин. Протягом цього періоду печеру відвідують 9 разів, отож одне відвідування триває $450 : 9 = 50$ хвилин.

Чергові відвідування печери припадають на години: 9.00, 9.50, 10.40, 11.30, 12.20, 13.10, 14.00.

Відповідь: Скаутам прийдеться чекати як мінімум 35 хвилин.

Завдання 35. (0–2)

Агнешка записала чотиризначне число, яке кратне 7. У цьому числі вона закреслила одиницю 1-го розряду і отримала число 496. Яке чотиризначне число записала Агнешка? Запиши розрахунки.

Загальні вимоги

II. Використання та створення інформації.

2. Інтерпретація та створення текстів математичного характеру і графічне представлення даних.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI

II. Операції з натуральними числами. Учень:

3) множить та ділить натуральні числа на однозначні, двозначні або тризначні числа письмово, у пам'яті (у найпростіших прикладах), а також за допомогою калькулятора (у складніших прикладах).

Правила оцінювання

2 бали – повне вирішення.

1 бал – ствердження, що кожний з доданків суми $4900 + 6x$ кратний 7, або

запис письмового ділення без вказання результату операції.

0 балів – рішення, у якому не було досягнуто значного прогресу.

Зразки повних відповідей**Перший спосіб**

Чотиризначне число записуємо у формі $496x$, де x означає цифру першого розряду. Число 4900 кратне 7. Шукаємо двозначне число, кратне 7, у якому число другого розряду є рівне 6. На 7 ділиться тільки число 63.

Відповідь: Агнешка записала число 4963.

Другий спосіб

Записуємо чотиризначне число у формі $496x$, де x означає цифру першого розряду і ділімо його на 7.

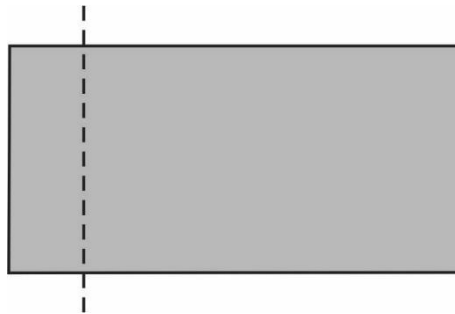
	7	0	9		
4	9	6	x	:	7
4	9				
		6	x		
		6	x		
			0		

Щоб залишок після ділення дорівнював 0, двозначне число $6x$ повинно бути кратне 7. З цього випливає, що x мусить бути рівний 3.

Відповідь: Агнешка записала число 4963.

Завдання 36. (0–3)

Прямокутник зі сторонами довжиною 12 і 6 поділено на два прямокутники (див. рисунок).



Периметр одного з прямокутників, утворених в результаті поділу, у 2 рази більший від периметру другого. Знайдіть розмір прямокутника з меншим периметром. Запиши розрахунки.

Загальні вимоги

III. Використання та інтерпретація понять і теорій математики.

2. Підбір математичної моделі до простої ситуації, а також будівництва її у різних контекстах, в т.ч. у практичному контексті.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI

XI. Розрахунки в геометрії. Учень:

1) обчислює периметр багатокутника з заданою довжиною сторін.

Правила оцінювання

3 бали – повне вирішення.

2 бали – запис правильного рівняння

або

правильний розрахунок периметру меншого прямокутника

або

представлення правильного методу розрахунку розмірів прямокутника з меншим периметром.

1 бал – представлення правильного методу визначення довжини двох сторін утворених прямокутників,

або

ствердження, що після переміщення лінії розподілу сума периметрів утворених фігур не зміниться,

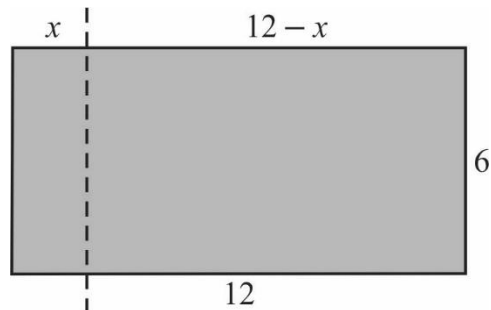
або

здійснення розподілу прямокутника на два менші прямокутники і розрахунок периметрів утворених фігур (метод проб і помилок).

0 балів – рішення, у якому не було досягнуто значного прогресу.

Зразки повних відповідей**Перший спосіб**

Ділімо прямокутник на два прямокутники. Дві сторони утворених прямокутників позначаємо так, як показано на рисунку.



Периметр меншого прямокутника рівний $2 \cdot x + 2 \cdot 6 = 2x + 12$

Периметр більшого прямокутника рівний $2 \cdot (12 - x) + 2 \cdot 6 = 36 - 2x$

Периметр одного прямокутника у 2 рази більший від периметра другого, що запишемо за допомогою рівняння.

$$36 - 2x = 2 \cdot (2x + 12)$$

$$36 - 2x = 4x + 24$$

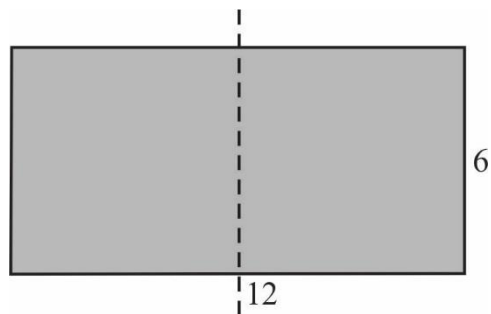
$$12 = 6x$$

$$x = 2$$

Відповідь: Прямокутник з меншим периметром має розміри 6 і 2.

Другий спосіб

Ділімо прямокутник на 2 квадрати периметром 24.



Сума периметрів квадратів дорівнює 48. Зауважмо, що якщо перемістити лінію розподілу, то сума периметрів утворених фігур не зміниться.

Сумарний периметр шуканих прямокутників дорівнює 48, відношення цих периметрів дорівнює 2 : 1.

Отже, периметр меншого прямокутника рівний $48 : 3 = 16$

Якщо одна сторона цього прямокутника дорівнює 6, то друга сторона має довжину

$$\frac{16}{2} - 6 = 2$$

Відповідь: Прямокутник з меншим периметром має розміри 6 і 2.

Третій спосіб

Ділимо прямокутник на 2 квадрати периметром 24.

Переміщуємо лінію розподілу і отримуємо два прямокутника. У кожному з них довжина однієї сторони змінюється, а другої складає 6. Перевіряємо, якою буде частка периметрів утворених прямокутників.

більший прямокутник		менший прямокутник		частка периметру більшого прямокутника до меншого
довжина однієї сторони	периметр	довжина однієї сторони	периметр	
8	28	4	20	$\frac{28}{20} < 2$
9	30	3	18	$\frac{30}{18} < 2$
10	32	2	16	$\frac{32}{16} = 2$
11	34	1	14	$\frac{34}{14} > 2$

Відповідь: Прямокутник з меншим периметром має розміри 6 і 2.